電磁界理論における解析手法の変遷と将来展望——電磁理論の諸問題と計算電磁気学における数値解法——

細野　敏夫[†a)]　田中嘉津夫[††b)]

Progress and Perspective in Electromagnetic Theory——Some Problems in Electromagnetic Theory and Numerical Techniques in Computational Electromagnetics——

Toshio HOSONO[†a)] and Kazuo TANAKA[††b)]

あらまし　電磁理論の諸問題及び計算電磁気学における数値解析法について概説している．電磁理論の諸問題の一つに，電磁気学がある．電磁教育で使われている代表的教科書を見ると，物質を含むマクスウェルの方程式の理論構成やポインティングベクトルにおいて，物理的な解釈をめぐり色々な主張がなされ，電磁教育に支障をきたしている．本論文では，これらの誤解の根底となっている表示（EB 表示，EH 表示，DH 表示）の問題点とポインティングベクトルの問題点を具体的に指摘し，電磁理論を巡る混乱を収束し，今後の電磁教育に有用な情報を提供する（細野）．また，筆者の個人的経験に基づいて，電磁波散乱問題のマクスウェル方程式数値解法（計算電磁気学）の代表的な三つの手法，積分方程式法，時間領域有限差分 (FDTD) 法，有限要素法 (FEM) の進展について基礎研究という立場から概観する．更に，計算電磁気学の将来展望，筆者の個人的体験についても述べる（田中）．

キーワード　電磁理論，(EB, EH, DH) 表示，ポインティングベクトル，計算電磁気学，数値解法

1. まえがき

本学会和文論文誌が 500 号を迎えるにあたり，昭和 40 年 (1965) 代からの電磁理論の主な諸問題を振り返ってみると，

（1） 運動媒質の電気力学の諸問題 [1]

（2） 電磁気学の諸問題

が挙げられる．中でも電磁気学の諸問題は電気学会の「電磁気学の学び方」シリーズ [2]〜[5] に端を発し，(a) 磁場の表現として B と H のいずれが基本的か？ (b) 磁極モデルと電流モデルは等価か？ (c) EH 対応と EB 対応は同列の理論か？ (d) ポインティングベクトルとは何か？ (e) 電磁場の運動量に関する Abraham-Minkowski 論争の結論は何か？ など多岐にわたってきた．

電磁理論は，マクスウェル以来 100 年以上を経て完成された域に達し，問題など存在しないと考える専門家も多い．しかし，理論が完成段階にあれ，少なくともその公理論的表現ができていなければならないし，考えられるすべての問題に対して適切な回答ができなければならない．

マクスウェルの現象論的電磁理論の素晴らしさは，現在の電磁理論がマクスウェル方程式を基礎として展開されているという事実によって明らかである．しかし，それがあまりに素晴らしかったために，現象論的電磁理論の問題点がぼかされ，次のような研究・教育上の混乱を引き起こしてきた．

(A) 電磁界は [E,D,H,B] という四つのベクトル場で記述されるという誤解．

(B) 磁極が実在する考え，H を磁界と考える誤解．

(C) 電磁運動量の定義として Abraham-

† 日本大学理工学部電気工学科，東京都
College of Science and Technology, Nihon University, 1–8–14 Surugadai, Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, 101–8303 Japan
†† 岐阜大学工学部応用情報学科，岐阜市
Department of Information Science, Gifu University, 1–1 Yanagido, Gifu-shi, 501–1193 Japan
a) E-mail: thosono@ele.cst.nihon-u.ac.jp
b) E-mail: tanaka@tnk.info.gifu-u.ac.jp

Minkowski のいずれが正しいかという間違った論争.

(D)　EH 対応と EB 対応を同列の理論と考える誤解.

こうした誤解は Fano ら [6] の純粋な EH 対応で書かれたいわゆる Chu 理論により最高潮に達した．米国においてこれに対する批判が起こり，Purcel [7] や Feynman [8] が出版された．これらの著書では，磁界は B であって H ではない．彼らは B を磁界と呼び，H のことは「場 H」と呼んでいる．この呼称は非常に良いのであるが，日本ではほとんど普及していない．筆者は B を磁界と呼び，H を「(副) 磁界」と呼ぶのがよいと思う．

米国に倣って，日本においても 1970〜1980 年代にかけて物理学会誌上で EH 対応理論 vs. EB 対応理論論争が華やかに繰り広げられた [9]．筆者は EB 対応理論を信奉するものであり，日本における EB 対応理論の普及を心掛けていたが，まず足元から始めるために恩師山田直平先生の書いた電磁気学教科書のベストセラー電気学会大学講座の「電気磁気学」の EB 対応化を目指した [1], [10]．山田先生もこれに同意され，1979 年に大転換が行われた [11]．また，純 EH 対応で書かれていた文献 [14] も，3 年後に本学会大学シリーズにおいて EB 対応に転換 [15] されたことは大きな成果である．電気・通信両学会が EB 対応化されたことにより，我が国の 200 冊に近い電磁理論の教科書の EB 対応化は加速されると期待している．これで肩の荷が降りたので，電気学会，通信学会を通して我が国の EB 対応化に努め [3], [5], [12], [13] これは現在も続いている．

しかし，我が国の特殊性として，本多光太郎以来，世界有数の磁気研究者を抱え，磁気研究者にとっては EH 対応の方が便利であることから，物理での教科書は簡単に EB 対応化しないと思われる．また，米国においても Chu の後継者 Haus [16] は磁石の磁極モデルと電流モデルの等価性を信じ，Tellegen [17] vs. Haus [18] も未解決である．このように，EB 対応化はグローバルな問題であり，いっそうの努力が必要である [19], [20].

本論文の **2.** ではこれら一連の根底となっている表示の問題点とポインティングベクトルの問題点について言及し，今後の電磁教育に有用な情報を提供する．

筆者が大学で電磁波工学を学んだ 70 年代，計算機といえば計算機センターのメインフレームで計算機代金も高かった．言い換えれば，紙と鉛筆を使った数学的技法に関する研鑽努力が報いられる時代であった．計算機は煩雑な数式の単なる数値計算に利用することが多く，差分法のような純粋な数値解法に利用される場合は少なかった．計算機の急速な発達で，こうした牧歌的時代はあっという間に過ぎ去った．

1982 年に発売されたクレイスーパコンピュータ X-MP のスペックは,

計算速度：800 MFLOPS（4 プロセッサ）

メモリ：最大 128 M バイト

価格：1500 万ドル（当時 35 億円以上）

である．当時でもスーパコンピュータは普通の研究者が使えるようなものではなく，特殊な目的だけに利用可能であった．現在，筆者のような研究者でも購入可能な PC (Work Station) のスペックは,

計算速度：30 GFLOPS (Xeon 4 core)

メモリ：64 GByte

価格：約 150 万円

である．上記システムの比較からその発展にただただ驚くばかりである．

例えてみれば，1982 年に 35 億円したビジネスジェット機が，車並みの値段で購入でき，自宅から世界中好きな場所に自由に飛んで行ける時代になったようなものである．数字という製品品質は全く同じで，飛行機のように乗り心地が変わるわけではない．これほどの技術革新はそう起きるものではなく，考えてみればスゴイ時代にめぐり合わせたともいえる．ただ，筆者のような紙と鉛筆で学位論文を書いた者にとって幸か不幸だったかは分からないが.

本論文の **3.** では，計算電磁気学の代表的な三つの手法である積分方程式法，時間領域有限差分 (FDTD) 法，有限要素法 (FEM) の進展について基礎研究の立場から概観する．また，計算電磁気学の将来展望及び筆者の個人的体験について述べる．

2.　電磁理論の諸問題

2.1　EH 表示，DH 表示の問題点

電磁教育で使われている教科書を見ると，いろいろな表示（EB 表示，EH 表示，EDHB 表示）があり，得られる結果が互いに矛盾する場合がある．こうした問題に対する議論は不十分で，教育に携わる専門家も，どれが正しくどれが教育に有効か，について確信がもてないようである [21].

マクスウェルにより創始され，Heaviside や Hertz らにより整備された EDHB 記述の電磁理論では，電磁

界を表す量が四つある．ところが，$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$ の関係があるために，独立な量は二つである．そこで，E，B を基本とするいわゆる EB 対応理論と，E，H を基本とするいわゆる EH 対応理論が現れた．EB 対応，EH 対応という言葉はあいまいで，それぞれにいくつかの流派が認められる．EB 対応理論の最も純粋な表現はローレンツにより使われた次式である（本論文では偏微分記号 ∂/∂_t の代わりに ∂_t を，また定義記号として：=を使う）．

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \times \boldsymbol{E} + \partial_t \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \cdot (\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \rho \\ &\nabla \times (\boldsymbol{B}/\mu_0) - \partial_t(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{J} \end{aligned} \tag{1}$$

誤解を避けるため，本論文ではこれを EB 表示と呼ぶ．式 (1) は真空中のマクスウェルの方程式ともいわれ，その正当性について疑いをもつ専門家は皆無といってよい．

EH 表示の問題点を解明するには，EB 表示から帰納される事実との関係を調べるのがよい．そのためにはまず，分極 P と磁化 M を導入して式 (1) を次の Boffi 表示に書き直す [13]．

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \times \boldsymbol{E} + \partial_t \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \cdot (\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \rho_f - \nabla \cdot \boldsymbol{P} \\ &\nabla \times (\boldsymbol{B}/\mu_0) - \partial_t(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{J}_f + \partial_t \boldsymbol{P} + \nabla \times \boldsymbol{M} \end{aligned} \tag{2}$$

次に，

$$\begin{aligned} &\text{（副）磁界：} \boldsymbol{H} := \boldsymbol{B}/\mu_0 - \boldsymbol{M} \\ &\text{磁流密度：} \boldsymbol{J}_m := \mu_0 \partial_t \boldsymbol{M} \\ &\text{磁荷密度：} \rho_m := -\mu_0 \nabla \cdot \boldsymbol{M} \\ &\text{電荷密度：} \rho_e := \rho_f - \nabla \cdot \boldsymbol{P} \\ &\text{電流密度：} \boldsymbol{J}_e := \boldsymbol{J}_f + \partial_t \boldsymbol{P} \end{aligned} \tag{3}$$

などの諸量を定義し，これらを用いて式 (2) から $\boldsymbol{B}$ を消去し，式の順序を変えて書くと次式の EH 表示 [14] が得られる．

$$\begin{aligned} &\nabla \times \boldsymbol{E} + \partial_t(\mu_0 \boldsymbol{H}) = \boldsymbol{J}_m \\ &\nabla \times \boldsymbol{H} - \partial_t(\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{J}_e \\ &\nabla \cdot (\mu_0 \boldsymbol{H}) = \rho_m \\ &\nabla \cdot (\varepsilon_0 \boldsymbol{E}) = \rho_e \end{aligned} \tag{4}$$

次に，式 (2) で $\boldsymbol{D} := \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$ と定義し，自由電荷 $(\rho_f, \boldsymbol{J}_f)$ について書くと通常マクスウェルの方程式と呼ばれる，次式の EDHB 表示 [22] が得られる．本論文では，混乱を避けるために以後 DH 表示と呼ぶ．

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \times \boldsymbol{E} + \partial_t \boldsymbol{B} = 0 \\ &\nabla \cdot (\boldsymbol{D}) = \rho_f \\ &\nabla \times (\boldsymbol{H}) - \partial_t(\boldsymbol{D}) = \boldsymbol{J}_f \end{aligned} \tag{5}$$

ここで次の注意が必要である．式 (4)，(5) は物質の一部（分極 P と磁化 M）を左辺に繰り込んだので，場と物質のごっちゃ混ぜが起こり，場と物質の相互作用があいまいとなる．その結果，EH 表示，DH 表示では分極 P と磁化 M の微視的情報が失われ，巨視的平均で定義され，(副）磁界も巨視的平均でのみ定義されている．筆者は平均操作とは独立に，微視的情報を失うことなく，分極 P と磁化 M が定義できることを示した [13]．

式 (2) の Boffi 表示において，左辺は電磁界による項，右辺は物質による項である．それに対し EH 表示では，本来存在しない物質項 M を両辺（式 (2) 第 2 式）から引き去り，EH 表示，DH 表示とも式 (2) の第 4 式で右辺から左辺に移項している．この操作は数学的には正当であるが，物理的には疑問が残る．物理的法則を表す方程式は，通常ある物理量を表すテンソル量が他の物理量を表すテンソル量に等しいというテンソル式の形をとる．そこで，あるテンソル量の一部を右辺から左辺に移すという操作は，数学的には等価であっても，物理的意味や効果を全く変えてしまう可能性があり，極端な場合にはテンソル式という数学的特性すら破壊してしまうかもしれない．これが EH 表示や DH 表示が物理的に EB 表示と等価であるかどうかを慎重に検討しなければならないもう一つの理由である．このことは次の運動量保存則に深く関係している．

2.2 運動量保存則と物質に働く力

EB 表示の運動量保存則は式 (1) より次式となる．

$$\partial_t \boldsymbol{G}_{EB} + \nabla \cdot \boldsymbol{T}_{EB} = -\boldsymbol{f}_{EB} \tag{6}$$

ただし，$\boldsymbol{G}$ は電磁運動量密度，$\boldsymbol{T}$ は電磁運動量の流れ密度，$\boldsymbol{f}$ は物質に働く電磁力密度で，それぞれ次式で表される．

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{G}_{EB} := \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}\\&\lfloor \boldsymbol{T}_{EB} \rfloor_{ij} := \delta_{ij} W_{EB} - (\varepsilon_0 E_i E_j + B_i B_j / \mu_0)\\&W_{EB} := (\varepsilon_0 E^2 + B^2 / \mu_0)/2\\&\boldsymbol{f}_{EB} := \rho \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}\end{aligned} \tag{7}$$

EB 表示では媒質定数 ε_0，μ_0 が普遍定数であるため，式 (2) の左辺は時間座標や空間座標の平行移動と回転に対して不変である．それゆえ，Noether の定理 [23] から，エネルギー，運動量及び角運動量の保存則が成り立つことははじめから明白で，エネルギー運動量テンソルの対称性も自動的に成り立っている．更に，EB 表示では，物質に及ぼす電磁力の密度はマクスウェルの方程式とは独立な実験事実（あるいは電磁界の操作的定義）として，マクスウェルの方程式に先立ち，Coulomb-Lorentz の力 $\boldsymbol{f}_{EB}$ で与えられる．この力密度が式 (6) の右辺に現れることから逆に，式 (6) を物理的運動量保存則と結論できる．

これに対し，EH 表示の運動量保存則は式 (4) より次式となる．

$$\partial_t \boldsymbol{G}_{EH} + \nabla \cdot \boldsymbol{T}_{EH} = -\boldsymbol{f}_{EH} \tag{8}$$

ただし，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{G}_{EH} := \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \times \mu_0 \boldsymbol{H}\\&[\boldsymbol{T}_{EH}]_{ij} := \delta_{i,j} W_{EH} - (\varepsilon_0 E_i E_j + \mu_0 H_i H_j)\\&W_{EH} := (\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)/2\\&\boldsymbol{f}_{EH} := \rho_e \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}_e \times \mu_0 \boldsymbol{H} + \rho_m \boldsymbol{H} - \boldsymbol{J}_m \times \varepsilon_0 \boldsymbol{E}\end{aligned} \tag{9}$$

式 (8) は運動量保存則の形をしているが，直ちにこれを運動量保存則と認めることはできない．なぜならば，まず，EB 表示の場合と異なり，$\boldsymbol{f}_{EH}$ が物体に働く電磁力であることや $\mu_0 H^2/2$ が磁気エネルギー密度を表すことの保証が不十分である．また，$\boldsymbol{G}_{EH}$ が電磁運動量の密度であるかどうかについては有名な Abraham-Minkowski 論争 [12] 以来，疑問がもたれたままである．これは，式 (2) で磁化の項を数学的に操作したことによるものであり，式 (8) を運動量保存則と解釈することの正当性と有効性に疑いをもたれる理由である．

相対論の共変性公理「基本的物理法則はすべての慣性系で同一の表現をもつ」によれば，表現がローレンツ変換に対して不変であること，または共変形式で表し得ることの要請である．

EH 表示式 (4) に現れる電流と電荷の組

$$[c\rho_e, \boldsymbol{J}_e] = [c(\rho_f - \nabla \cdot \boldsymbol{P}), \boldsymbol{J}_f + \partial_t \boldsymbol{P}]$$

も，磁流と磁荷の組

$$\lfloor c\rho_m, \boldsymbol{J}_m \rfloor = \lfloor c\mu_0 \nabla \cdot \boldsymbol{M}, \mu_0 \partial_t \boldsymbol{M} \rfloor$$

も相対論的 4 元ベクトルではない．前者に対応する 4 元ベクトルは

$$\lfloor c(\rho_f - \nabla \cdot \boldsymbol{P}), \boldsymbol{J}_f + \partial_t \boldsymbol{P} + \nabla \times \boldsymbol{M} \rfloor$$

であり，後者に対応する 4 元ベクトルは

$$[c\mu_0 \nabla \cdot \boldsymbol{M}, \mu_0 \partial_t \boldsymbol{M} - \nabla \times \boldsymbol{P}/\varepsilon_0]$$

である．

また，電界 E も（副）磁界 H もそれぞれ別の二つのテンソル成分である．したがって，EH 表示式を共変形式（相対論的テンソル式）に書くことはできない．これも磁化 M の項を数学的に操作したことの現れであり，EH 表示は基本的物理法則ではなく，基本的物理法則である EB 表示理論とは物理的に等価でないと結論できる [24].

DH 表示の運動量保存則は式 (5) より次式となる．

$$\partial_t \boldsymbol{G}_{DH} + \nabla \cdot \boldsymbol{T}_{DH} = -\boldsymbol{f}_{DH} \tag{10}$$

ただし，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{G}_{DH} := \boldsymbol{D} \times \boldsymbol{B}\\&[\boldsymbol{T}_{DH}]_{i,j} := \delta_{i,j} W_{DH} - (E_i D_j + H_i B_j)\\&W_{DH} := (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D} + \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B})/2\\&\boldsymbol{f}_{DH} := \rho_f \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}_f \times \boldsymbol{B} - (E^2 \nabla\varepsilon + H^2 \nabla\mu)/2\end{aligned} \tag{11}$$

DH 表示では媒質定数 ε，μ が場所の関数であるため，式 (5) の左辺は空間座標の平行移動や回転に対して不変でない．したがって，DH 表示では運動量や角運動量の保存則が成り立たない（媒質定数が時間的に一定であるとの仮定を取り去ればエネルギー保存則も怪しくなる）．それゆえ，式 (11) の $\boldsymbol{f}_{DH}$ を物理的運動量保存則と考え，物体に働く電磁力が式 $\boldsymbol{f}_{DH}$ で与えられるとする根拠は明確でない．それどころか，相対論的考察から DH 表示の運動量を物理的運動量と考えると，エネルギー運動量テンソルが非対称となり，Abraham と Minkowski の電磁運動量はいずれも物理的に正しくなく，Abraham-Minkowski 論争は物理的に無意味 [12] である．運動量保存則に疑問があるとい

うことは，物理理論として致命的欠陥である．こうした DH 表示における運動量保存則や分極電荷概念のあいまい性は今に至るまで根強く残り，誘電体に働く電気力の考察において深刻な問題を引き起こしている．筆者は DH 理論の運動量保存則が与える誘電体に働く力 [25] が誤りであることを示した [26]．これは，DH 表示の運動量保存則が物理法則として誤りであること，及び Abraham のエネルギー運動量テンソルの対称化が有効でないことを示したことになっている（帰謬法）．

2.3　ポインティングベクトルの問題点

電界 E と（副）磁界 H のベクトル積で与えられる $\boldsymbol{S} := \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ は空間を流れる電力流密度と考えられ，発見者にちなみポインティングベクトルと呼ばれている．しかし，発見 (1884) 以来 100 年以上を経過した今日に至っても，その実在性，物理的意味，表現などについて多くの議論があるが，これらは「電力流」という一つの狭い観点から眺めている点である．電磁理論は物理理論の中の 1 章を構成するものであり，物理理論の一般的公理や原理に従わなければならない．電磁理論，特に，エネルギーやポインティングベクトルを考察するときに重要な一般原理は，

（1）　エネルギー保存の原理
（2）　運動量保存の原理
（3）　角運動量保存の原理
（4）　特殊相対性原理

である．これらの原理を認める立場では電力流密度 $\boldsymbol{S}$ は孤立した存在ではなく，電磁運動量の流束密度 $\boldsymbol{T}$，電磁運動量密度 $\boldsymbol{G}$，電磁エネルギー密度 $\boldsymbol{W}$ とともに次の電磁エネルギー・運動量テンソル $\boldsymbol{U}$ を構成している．

$$\boldsymbol{U} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{T} & \boldsymbol{S}/c \\ c\boldsymbol{G} & \boldsymbol{W} \end{bmatrix}, \quad c := \text{光速} \tag{12}$$

そして，上の諸原理から，$\boldsymbol{U}$ は 2 階のテンソルとしてローレンツ変換に従い，$\boldsymbol{U}$ と $\boldsymbol{T}$ は対称テンソルである．したがって，電力流の新しい表現の提案あるいはポインティングベクトルの新しい解釈の正当性と有効性は単に「電力流」的観点からでなく，相対論的考察を含むより高度の理論体系から注意深く検討する必要がある．筆者は相対論的考察，特に角運動量との関係からポインティングベクトルを考察し，ポインティングベクトルの正当性と有効性について示した [27]．結論は，①ポインティングベクトルは帯電磁石の場合を含むすべての場合に物理的実在である②電力流の表現で，一般の物理理論と矛盾しないのは EB 表示の $\boldsymbol{S} := \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}/\mu_0$ のみで，暗黙のうちに抜山ベクトルを否定している．

3．計算電磁気学における数値解法

3.1　計算電磁気学

マクスウェル方程式はベクトル形式で表されており，研究開発現場で三次元電磁波問題を解析するのは難しい作業であった．大学の研究現場でさえ，新しいアイデアの妥当性は，多くの場合二次元問題で検証していた．計算機の発達は状況を根本的に変え，現在では研究開発現場で三次元マクスウェル方程式が日常的に解かれている．更に，マクスウェル方程式を知らなくても電磁波問題の解析さえ可能な時代になった．

本論文では，筆者の個人的経験に基づいて，電磁波散乱問題のマクスウェル方程式数値解法（以下，計算電磁気学）の進展について基礎研究という立場から，特に下記事項に留意しながら概観したい．

(a)　計算量
(b)　必要メモリ
(c)　計算並列化
(d)　精度コントロール
(e)　コード作成の容易さ

3.2　積分方程式法 (Integral Equation Method) [29], [30]

積分方程式は計算機登場以前から，種々の近似解を求めるために利用されていた．したがって，研究者も大きな違和感なく積分方程式を使った数値解法に移行できた．積分方程式法は大きく分けて

（1）　体積積分方程式 (Volume Integral Equation) 法
（2）　境界積分方程式 (Surface Integral Equation) 法

に分類できる．基本解としてマクスウェル方程式の解であるグリーン関数を用いるため，純粋な数値解法とは言いにくいが，波源からの放射という性質を使うため，原理的に放射条件を含んでおり散乱問題のような開放領域の問題に適している．

筆者が大学院で最初に習った例は，1965 年の Richmond による体積積分方程式を使った二次元誘電体散乱問題の論文であった [31]．積分方程式法では，離散化領域（メッシュを切る領域）を散乱体に限ることができ，未知数 N（離散化された代表点における未知

数の総数）を少なくできメモリ・計算量という計算コストが小さくて済む．計算電磁気学初期に研究された理由もここにあった．例えば，Richmond の論文では $N = 100$ である．

積分方程式法は離散化の際に，数値解を近似するための展開関数 (Basis Function)，方程式を成立させるための試験関数 (Testing Function) という二つの関数を選択する．これらには多様な関数を使うことができ，このような解析手法はモーメント法とも呼ばれる [32]．精度の高い展開・試験関数を利用することにより，精度コントロールは容易である．しかし，複雑な関数を使うとグリーン関数 × 展開関数 × 試験関数の数値多重積分が必要で計算コストは上がる．

積分方程式法の問題点は，大規模密行列を解く必要があることである．LU 分解のような直接法を使えばメモリ $\mathrm{O}(N^2)$，計算量 $\mathrm{O}(N^3)$ という計算コストが掛かる．三次元問題ではこのコストは深刻で，例えば体積積分方程式でメッシュサイズを 1/2 にすると，未知数 N は 8 倍，メモリは 64 倍，計算時間は 512 倍になりすぐに行き詰ってしまう．したがって，積分方程式法ではこの計算コスト削減が主な研究課題になった．

3.2.1 体積積分方程式法

散乱体が不均質誘電体の場合は，体積全体を離散化せざるを得ず未知数 N は膨大になる．したがって，密行列を直接法で解く方法は現実的ではない．そこで，共役こう配 (CG) 法のような反復法 (Iteration Method) の利用が考えられた．反復法は密行列に向かないと考えられたが，GMRES (Generalized Minimum Residual Method)，GCR (General Conjugate Residual Method) のような優れた反復法が提案され，積分方程式法に利用できるようになった [33]．反復法を使うと計算コストは，展開・試験関数の選択でメモリは $\mathrm{O}(N)$ に下げることができるが，計算量は $\mathrm{O}(N^2)$ にしか下がらない．そこで，グリーン関数と界分布が畳込み積分になることから，反復法の行列・ベクトル演算に高速フーリエ変換 (FFT) を利用する手法が考え出された．この手法を使うとメモリ $\mathrm{O}(N)$，計算量 $\mathrm{O}(N \log N)$ の計算コストにできる．

しかし，FFT を利用すると離散化領域は直方体に限られ，複雑な形状の散乱体では自由空間も離散化する必要があり，離散化領域が散乱体に限られるという積分方程式の利点は失われる．また，等間隔直交メッシュに限られるので，境界適合性も高くなく，界分布に応じて分割を変えるという，領域分割の柔軟性もなくなる．そこで，次に述べる FMM が考え出された．

反復法では，アルゴリズムの行列・ベクトルの演算量だけでなく，必要な精度を得るための反復回数が計算コストに大きく関係する．反復回数は問題に依存し，したがって反復法を使った実際の計算コストは理論値より大きい．

3.2.2 表面積分方程式法

散乱体が均質誘電体や完全導体の場合は表面（境界）積分方程式が利用できる．したがって，体積積分方程式に比べ未知数 N は圧倒的に少なくでき，境界要素法とも呼ばれる [30]．また，表面だけの離散化で済むため三角形要素を使って散乱体曲面に沿って代表点を配置することができ，したがって境界適合性も高く領域分割の柔軟性も高い．

しかし，体積積分方程式と違い FFT を適用しにくく，密行列を直接法・反復法で解くしかなかった．そこで，反復法で現れる行列・ベクトル計算を高速で実行する高速多重極展開 (Fast Multipole Method：FMM) が提案された [34]．マルチレベル FMM と呼ばれるアルゴリズムでは，メモリ $\mathrm{O}(N \log N)$，計算量 $\mathrm{O}(N \log N)$ の計算コストになり，表面積分方程式法が大規模問題にも適用できるようになった．FMM は体積積分方程式にも適用できる．

しかし，FMM は専門家でも簡単とはいえず，プログラミングが難しく，設定パラメータも多く煩雑さは否めない．また，積分方程式法は不均質誘電体に対しては体積積分方程式，均質誘電体・完全導体に対しては表面積分方程式と分けなければならず，一般にコード作成は面倒である．また，コードの並列化も面倒である．

3.3 時間領域有限差分法 (Finite-difference Time-domain Method) [35]〜[37]

マクスウェル方程式を有限差分法で解く手法は数値解析として最も素直な発想だが，積分方程式法のような歴史がなくマクスウェル方程式に適したアイデアは Yee の論文 [38] まで現れなかった．Yee の論文は三次元問題のアルゴリズムを与えているが，実際の計算例は完全導体で囲まれた二次元の閉鎖領域である．したがって，簡単な問題を自由空間をも含んだ三次元空間全体を離散化し，力まかせに解く手法に将来性を見た研究者は少なかった．また，時間領域の取扱いに不慣れな多くの研究者はマクスウェル方程式を時間・空間的に直接発展させる Yee の論文に戸惑ったのではないか．

Yee が彼のアイデアに到達した道筋は分からないが，単純な差分法をマクスウェル方程式に適用しても好ましい結果が得られなかったのだろう．そこで隣接節点を飛ばして交互に計算して行く leap frog（蛙飛び法）と呼ばれる方法にたどりついたと考えられる．Yee のアイデアは電界・磁界が時間的にも空間的にも節点位置がずれており，単に時間的な交互性のみではなく空間的にも交互性のある leap frog 法になっている．この方法は，離散化に起因する散逸効果がなく，エネルギー保存則を満足するため，マクスウェル方程式の特性に合ったと考えられる．したがって，FDTD 法は電磁波解析に有効な差分アルゴリズムを最初に提案した Yee の論文に始まると考えてよい．Yee の論文は，計算電磁気学の分野で最も引用回数が多い論文の一つである．

実際に FDTD 法関連の論文が増えだしたのは 1980 年代後半に入ってからである．開放領域の問題に適用するために，多くの吸収境界条件 (Absorbing Boundary Conditions：ABC's) が提案され，実際に散乱問題に適用できるようになった以降である．特に，1994 年に Berenger により完全整合層 (Perfectly Matched Layer：PML) が提案され，FDTD 法は広く利用されるようになった [39]．

FDTD 法が人気ある理由は，高度な数学的知識も必要としないコード作成の容易さである．アルゴリズムが簡単で，節点における積和による変数の更新だけで済み，積分方程式のような大規模行列を解く必要がない．計算コストはメモリ O(N)，計算量 O($N^{(1+1/3)}$) である．したがって，十分細かい立方格子を用いて大規模計算ができる環境があれば，たいていの問題に適用できる．筆者も，苦労と工夫を重ねた積分方程式のシミュレーション結果が，FDTD 法で簡単に行われているのを知ってがっかりした経験がある．

計算電磁気学の今後の大きな課題は，並列計算との親和性であるが，アルゴリズムが簡単な FDTD 法は並列計算で容易に大規模，高速化が容易である．

FDTD 法の問題点は境界適合性にある．利用しやすい Yee の立法格子を使う限り，曲面境界をもつ問題に対しては工夫が必要で，また，電界と磁界の節点が違い境界も不明確になりやすい．

界分布によってメッシュサイズを変えるサブグリッド法と呼ばれる領域分割の柔軟性もあるが，安定性から使いやすいとはいえない．PML の位置も解の精度を下げる原因となる．PML は散乱体から波長オーダ距離に置くがその見極めが難しい．FDTD 法で精度劣化の原因が PML にあると，メッシュサイズを細かくしても精度が上がらず精度コントロールが難しい．

3.4 有限要素法 (Finite Element Method) [40], [41]

有限要素法は構造力学の分野において開発された数値解法である．変分法に基づく手法であるため，変分表現が求めにくい問題には適用しがたかったが，重み付きガレーキン法と呼ばれる手法で，基礎方程式が分かれば定式化が可能で，広い問題に適用できるようになった．しばらくスプリアス解に悩まされたが，辺要素を使うことにより避けられるようになった．

FEM の最大の特徴は，四面体要素，六面体要素，更には曲辺要素等を使って三次元物体曲面形状の精密な形状再現が可能で境界適合性が極めて高い．立方格子で分割することが多い FDTD 法に比べ，物体形状に応じた領域分割が可能である．更に，界分布に応じて要素分割を変える領域分割の柔軟性も高い．

電磁波問題に対しては，最初，導波路問題のような有限領域の問題に適用された．開放領域に対しては，FDTD 法と同様な放射条件を考慮する必要があり，初期には，放射条件を含む表面積分方程式法と組み合わす方法が提案された．しかし，解くべき行列の条件が悪くなる欠点があり，吸収境界条件として FDTD 法と同様な PML を使う方法が多いようである．

FEM が FDTD 法と違う大きな特徴は，積分方程式法と同じように大規模行列を解く必要があることである．しかし積分方程式法と違い，FEM では分割要素で隣接要素間の関係しか与えないため，結果として得られる行列は疎 (Sparse) になり反復法で効率良く解くことができる．したがって，理論的にはメモリ O(N)，計算量 O(N) の計算コストであるが，反復回数は N に依存し計算量は O(N) より大きい．

コード開発は FDTD 法に比べると複雑であるが，積分方程式法よりは簡単である．現在，積分方程式法，FDTD 法に比べて多用されていないが，筆者の個人的意見では，将来の計算電磁気学では有望と思う．並列化が今後の問題である．

3.5 その他のアイデア

研究論文が多い代表的な三つの手法を取り上げたが，計算電磁気学では数限りないアイデアが提案されている．筆者が興味をもった手法として，MEI (Measured Equivalence of Invariance) 法 [42]，CIP (Constrained Interpolation Profile) 法 [43]，伝送線路行列

法 (Transmission Line Modeling Matrix method) [44] がある．また，日本から提案された変数分離解を利用した数値解法として，点整合法 (Point Matching Method) [45]，モード整合法 (Yasuura Method) [46] がある．それぞれ興味深いアイデアが使われており，将来，計算電磁気学発展の糧とできるかも知れない．

3.6　計算電磁気学の将来展望

筆者が聞いた航空機のアンテナ・散乱関連のユーザは，大規模問題は，まず FDTD 法で問題を解き，より高精度な結果が必要な場合は積分方程式法を利用する，という意見が多く有限要素法の利用はまだ少なかった．

計算電磁気学における理想的な手法，“究極のメニュー” を書くと，

（1） 有限要素法のような領域分割の柔軟性と境界適合性をもつ．
（2） 積分方程式法のように放射条件を含み，吸収境界条件 (ABC’s) を必要としない．
（3） 積分方程式法のように精度コントロールが容易．
（4） FDTD 法のように大規模行列を解かない．
（5） 計算コストはメモリ O(N)，計算量 O(N)．
（6） 並列化が容易．
　　　であろうか．更に，
（7） コード作成が容易．

という条件を付けたいがこれは贅沢だろう．果たして “究極のメニュー” はあるのか，既に提案されている，あるいはそのヒントは与えられているのであろうか．

今後，計算電磁気学は熱・弾性・光・電子波などの物理現象解析と合わせた融合問題が重要になるだろう．融合問題では上記の “究極のメニュー” も変わっていくだろう．

これまでの計算電磁気学のアイデアを見てみると他分野からの流用も多い．例えば，FMM は天体力学からの流用である．マクスウェル方程式は，流体・構造力学などの基本方程式に比べ単純である．したがって，数値解析の歴史も長く，研究者も多い他分野の数値解析技法を理解することは，新しいアイデアを得るには有効だろう．

計算電磁気学の研究は，今後のハード技術進展と無関係ではない．FDTD 法がこれほど利用されるようになったのは，近年のハードコストの低減が大きい．そういう意味では，今後のハード技術を読んで研究を進めることも重要かも知れないが，今後の技術発達など読めるとは思えない．将来の技術変化が自身のアイデアに有利になるかどうかは運と考えるしかない．個々の研究者が自身のアイデアを深めることが重要ではないか．

3.7　個人的な体験

筆者は 70 年代から電磁界理論研究専門委員会の研究会に参加して，日本における計算電磁気学黎明期を見聞することができた．70 年代には大阪大学から積分方程式法 [47]，九州大学からモード整合法 [48]，日本大学から点整合法 [49]，北海道大学から有限要素法 [50]，空間回路網法 (TLM) [51] に関する研究発表が行われていた．あるシンポジウムで，境界積分方程式の解の一意性，今でいう共振（スプリアス）解の解釈で激論になったことを思い出す．計算電磁気学の発表はまだ少なく，メインフレーム全盛の時代で，FDTD 法や TLM のような計算機パワーに頼るテーマはだれもが可能というわけではなかった．今から考えれば将来を見すえて，吸収境界条件の研究でもしておくべきだったのかも知れない．

筆者が初めてこの分野の論文を書いたのは 80 年代半ばで，使ったシステムは NEC-PC98 シリーズだった．田舎の研究者でも，時間制限なしに無料で専用計算機が使える時代がきたと興奮した．また研究に参入できたのは，筆者が院生時代，日本における積分方程式法の草分けだった森田長吉氏（当時大阪大）と同室で，労せずに手法の基本を習得できた幸運が大きかった．

また，平成 11 年から 3 年間，電気学会・計算電磁気学調査専門委員会に参画し，生野浩正（熊本大学）委員長をはじめ多数の精力的な研究者から研究の現状を知ることができた [52]．

最近，筆者はナノフォトニクス分野の仕事をしているが，この分野では波長よりはるかに大きな散乱体の，波長よりはるかに小さな領域での光分布という，波長に対し広い空間にわたる大規模シミュレーションが必要である．現在，使い勝手の良い FDTD 法が多用されているが，領域分割の柔軟性・境界適合性が高くなく，PML の位置決めも難しい FDTD 法が最適とは思えない．

また，最近のシミュレーション論文では，文献に市販ソフト名が引用されている．個人的な偏見をいえば，市販ソフトを使ったシミュレーション研究は好まない．競争の激しい分野では時間コストを考えればやむを得ないかも知れないが，市販ソフトで発見可能なアイデアなどすぐに出つくしてしまい，また市販ソフトがそのまま適用可能な研究課題も以外と多くない．改造可

能程度にソースコードを理解していないと研究には使えないだろう．筆者は研究会でお聞きした「市販ソフトのユーザになることはその技術を捨てること」という警告に賛成したい．

同じようにコード開発を他人（例えば院生）に丸投げするのも危険である．開発者がいなくなればコードが読めなくなり研究成果が蓄積しないし，何よりアイデアのもとになる些細な偶然に出会うチャンスを失う．筆者の世代は，大学で計算機利用が広く始まった頃で，紙と鉛筆に慣れ親しんでいた大学研究者は，面倒なコード開発を指導する学生・院生に丸投げすることができた．コードといっても高度な技法を必要としない単純な数値計算で，研究効率から考えれば当然の選択だった．しかしその後，計算機に慣れ親しんだ学生・院生は計算機を使った面白いアイデアを出せたが，コード開発を丸投げした研究者はそうではなかったように思う．

多くの研究において数値解析・シミュレーションコードは道具にすぎない．しかし，道具は意外にキーポイントで，使いこなせないと人より早く，人と違う面白い作品が製作できないのは分野を限らないだろう．筆者の世代では，最初のわずかな違いが大きな結果になった．若い方の参考になれば幸いである．

4. むすび

電磁理論は電気・電子関係のみならず，科学・技術すべての基礎として重要であり，大局的には，その教育は一国の科学技術の将来に大きな影響をもつといえる．ところが，電磁教育に使われている代表的教科書を見ると，その理論構成に混乱が見られる．またポインティングベクトルは電力流と深くかかわっているので，物理的な解釈をめぐりいろいろな主張がなされ，教育の混乱を招いている．これらは，教育的には「内容は分からなくても計算はできる」という我が国の教育の欠陥を増長する危険があるが，明確な批判はあまりなされていない．

本論文の **2.** では，物理的に正しいのは EB 表示で，電荷と電磁場との物理的相互作用を完全に記述しており，EH 表示や DH 表示は EB 理論から数学的変形により得られる理論で，計算法としては便利であるが，間違った物理概念の形成に導く危険があることを，運動量保存則と物質に働く力を中心に問題点を明確にした．また，ポインティングベクトルの正当性と有効性についても述べ，今後の電磁教育に有用な情報を提供した．これらの詳細については文献 [28] を参照して頂きたい．

このように，電磁理論の諸問題は「点電荷の暴走解」のような古典的で難解なものや,「重力場中の電磁方程式はどのようなものか?」という 21 世紀的問題もある．コンピュータの発達，物理学・数学・技術の発達につれて新しい問題が発生してくるし，教育の問題は早急には変化しないであろうから，問題は尾を引くであろう．要するに，電磁理論はこれからも魅力ある研究分野であり続けることが期待できる．

計算電磁気学は，近年，成熟度が増してきたとはいえ発展中の分野で，多額の研究費用も必要とせず，まだまだ個人の努力で独創的なアイデアが出せる分野だと思う．また，実験研究のような試行錯誤における幸運という要素も期待できる分野である．ちょっとした勘違いから，驚くようなアイデアが得られる可能性もある．

最後に，本論文の **3.** で書いた数値解法に関する意見は，あくまで筆者個人のものであることをお断りしておきたい．また，各手法の最新の進展については言及できなかった．

謝辞　本論文の **3.** を書くにあたって種々の御意見を頂いた，北海道大学小柴正則教授，北見工業大学柏達也教授，同じく平山浩一教授，日本大学山崎恒樹教授，同じく大貫進一郎准教授，岐阜大学田中雅宏准教授に感謝する．また，積分方程式法の手ほどきをして頂いた千葉工業大学森田長吉教授に感謝したい．更に，本論文を書く機会を頂いた電子情報通信学会電磁界理論研究専門委員会田中充（大分大学）委員長並びに委員会で直接御意見を頂いた多くの方々に感謝する．

文　献

[1] 細野敏夫，“運動媒質の電気力学の諸問題,” 信学論（B），vol.57-B, no.1, pp.29–36, Jan. 1974.

[2] 桂井　誠，“電磁気学の学び方（その I),” 電学誌，vol.101, pp.39–42, March 1981.

[3] 細野敏夫，“電磁気学の学び方（その II),” 電学誌，vol.102, pp.45–48, Feb. 1982.

[4] 桂井　誠，“電磁気学の学び方（その III),” 電学誌，vol.102, pp.36–42, March 1982.

[5] 細野敏夫，“電磁気学の学び方（その IV),” 電学誌，vol.103, pp.54–60, April 1983.

[6] R.M. Fano, L.J. Chu, and R.B. Adler, Electromagnetic Fields, Energy, and Forces, Wiley, 1960.

[7] E.M. Purcell, Electricity and Magnetism, McGraw-Hill, New York, 1963.

[8] R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M. Sands, Feynman Lecture on Physics, vol.II, p.17-6, Addison-

Wesley, 1964.
[9] 後藤英一，飯田修一，小野健一，熊谷寛夫，高橋秀俊，平川浩正，深井　有，吉川庄一，和田八三久，“座談会：電磁気学の教科書について,” 物学誌，vol.29, no.12, pp.989–999, Dec. 1974.
[10] 細野敏夫，電磁波工学の基礎，昭晃堂，1973.
[11] 山田直平，電気磁気学（第二次改訂版），電気学会，1979.
[12] 細野敏夫，“Poynting ベクトル，電磁モーメントおよび Abraham-Minkowski 論争について,” 信学論（C），vol.J69-C, no.9, pp.1122–1133, Sept. 1986.
[13] 細野敏夫，“物質の分極とその表現,” 信学論（B-II），vol.J72-B-II, no.9, pp.452–461, Sept. 1989.
[14] 熊谷信昭，電磁気学基礎論，オーム社，1987.
[15] 熊谷信昭，電磁理論，電子情報通信学会，コロナ社，1990.
[16] H.A. Haus and J.M. Melcher, Electromagnetic Fields and Energy, Prentice-Hall, Englewood Criffs, N.J., 1989.
[17] D.B. Tellegen, “Magnetic dipole models,” Am. J. Phys., vol.30, pp.650–652, 1962.
[18] H.A. Haus and P. Penfield, Jr., “Force on a current loop,” Phys. Lett., vol.26A, pp.412–413, 1968.
[19] 細野敏夫，“磁気双極子の古典モデルに働く力,” 信学論（C-I），vol.J77-C-I, no.1, pp.1–11, Jan. 1994.
[20] 細野敏夫，“磁気双極子の磁気モデルと電流モデルは等価か—Dirac 電子の隠れた運動量,” 信学論（C-I），vol.J80-C-I, no.12, pp.545–552, Dec. 1997.
[21] 細野敏夫，“電磁気学はなぜ難しい,” 信学誌，vol.76, no.2, pp.168–175, Feb. 1993.
[22] W.K.H. Panofsky and M. Phillips, Classical Electricity and Magnetism, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, U.S.A., 1962.
[23] 高橋　康，解析力学入門，講談社，1978.
[24] 細野敏夫，“EH 対応電磁理論の問題点,” 信学論（C-I），vol.J79-C-I, no.5, pp.129–137, May 1996.
[25] 河野照哉，桂井　誠，電磁気学演習，電気学会，1981.
[26] 細野敏夫，“EDHB 理論の問題点,” 信学論（C-I），vol.J81-C-I, no.4, pp.222–229, April 1998.
[27] 細野敏夫，“電力流とその表現—Poynting ベクトルと抜山ベクトル,” 信学論（C-I），vol.J77-C-I, no.10, pp.519–528, Oct. 1994.
[28] 細野敏夫，メタ電磁気学，森北出版，1999.
[29] E.K. Miller, L. Medgyesi-Mitschnag, and E.H. Newsman, eds., Computational Electromagnetics Frequency-Domain Method of Moments, IEEE, 1992.
[30] 熊谷信昭，森田長吉，電磁波と境界要素法，森北出版，東京，1987.
[31] J.H. Richmond, “Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-13, no.3, pp.334–341, 1965.
[32] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Krieger Pub., 1968.
[33] R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, and H. van der Vorst, Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. 長谷川里美，長谷川秀彦，藤野清次（訳），反復法 Templates，朝倉書店，東京，1996.
[34] W.C. Chew, J.-M. Jin, C.-C. Lu, E. Michielssen, and J.M. Song, “Fast solution methods in electromagnetics,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-45, no.3, pp.533–543, 1997.
[35] A. Taflove, Computational electrodynamics. Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, 1995.
[36] K.L. Shlager and J.B. Schneider, “A selective survey of the finite-difference time-domain literature,” IEEE Antennas Propag. Mag., vol.37, no.4, pp.39–57, 1995.
[37] 宇野　亨，FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析，コロナ社，1998.
[38] K.S. Yee, “Numerical solution of initial value problems involving Maxwell’s eqauations in isotropic media,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-14, no.3, pp.302–307, 1966.
[39] J.-P. Berenger, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves,” J. Comp. Phys., vol.114, pp.185–200, 1994.
[40] P.P. Silvester and G. Pelosi eds., Finite Elements for Wave Electromagnetics: Methods and Techniques, IEEE Press, New York, 1994.
[41] 小柴正則，光・波動のための有限要素法の基礎，森北出版，1990.
[42] K.K. Mei, R. Pous, Z. Chen, Y.W. Liu, and M.D. Prouty, “Measured equation of invariance: A new concept in field computation,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.42, no.3, pp.320–328, March 1994.
[43] 矢部　孝，内海隆之，尾形陽一，CIP 法：原子から宇宙までを解くマルチスケール解法，森北出版，2003.
[44] C. Chirstopoulos, The Transmission-Line Modeling (TLM) Method in Electromagnetics, Morgan & Claypool, 2006.
[45] 日向　隆，細野敏夫，“均質媒質中の平面格子による電磁波の散乱について—Point Matching 法の基礎づけと数値解析,” 信学論（B），vol.J59-B, no.12, pp.571–578, Dec. 1976.
[46] M. Kawano, H. Ikuno, and M. Nishimoto, “Numerical analysis of 3-D scattering problems using the Yasuura method,” IEICE Trans. Electron., vol.E79-C, no.10, pp.1358–1363, Oct. 1996.
[47] 森田長吉，“任意の断面形をもつ半無限導体による電磁波の回折—一般入射角,” 電学電磁界理論研資，EMT-71-7, 1971.
[48] 安浦亀之助，生野浩正，中村芳弘，“任意断面による散乱の数値解析,” 電学電磁界理論研資，EMT-72-7, 1972.
[49] 細野敏夫，日向　隆，“Modified Point Matching Method,” 電学電磁界理論研資，EMT-71-12, 1971.
[50] 鈴木道雄，小柴正則，“等価回路法ならびに有限要素法による方形断面弾性導波路の解析,” 電学電磁界理論研資，EMT-74-5, 1974.
[51] 吉田則信，深井一郎，福岡醇一，“2 次元波動場の区分線

路表示による一解法,” 電学電磁界理論研資，EMT-76-11, 1974.

[52] 電気学会編，計算電磁気学，培風館，2003.

（平成 21 年 1 月 20 日受付）

細野　敏夫　（正員：フェロー）

昭 18 日大・工・電気卒．昭 35 日大教授．平 4 以降日大名誉教授．この間，米国イリノイ州立大学研究客員，クウェート大学客員教授，電学会電磁理論研究委員長，本会編集顧問など．工博（東大）．著書「情報工学の基礎」,「線形ブラックボックスの基礎」,「エントロピーの科学」（コロナ社）,「電磁波工学の基礎」（昭晃堂）,「BASIC による高速ラプラス変換」（共立出版）,「電磁界の近代解析法」（本会，共著），メタ電磁気学（森北出版）など．IEEE Life Fellow.

田中嘉津夫　（正員：フェロー）

昭 50 阪大大学院博士課程了．現在，岐阜大・工・教授．相対論的電磁波論，放射線画像工学，光回路 CAD，計算電磁気学，ナノフォトニクスの研究に従事．平 15～17 本会電磁界理論研究専門委員会委員長．2006 11th International Conference on Mathematical Method in Electromagnrtic Theory，N.A.Khizhuyak Award 受賞.