

光コヒーレント検波方式における電気・光フィルタを考慮したビット誤り率評価法

乗松 誠司[†] 中原 晃宏[†] 加納 佑一郎[†]

An Evaluation Method of Bit-Error Rate for Optical Coherent Detection Affected by Optical and Electrical Filters

Seiji NORIMATSU[†], Akihiro NAKAHARA[†], and Yuichiro KANO[†]

あらまし 直接検波方式で用いられている誤り率計算法である Forestieri 法を拡張し、光コヒーレント検波方式における、任意の入力波形に対して適用可能な、電気・光フィルタを考慮した高速かつ正確な誤り率評価法を示す。検討する変調方式は、4 相位相変調方式と 16 値直交振幅変調方式である。Monte Carlo 法との比較を行い、SN 比の誤差が 0.1 dB 以下となることを示す。

キーワード 光ファイバ通信, 光コヒーレント検波方式, 多値変調, 誤り率

1. まえがき

光通信システムでは、強度変調や差動位相変調の直接検波 (DD: Direct Detection) 方式において、任意の入力波形に対し、光・電気フィルタの影響を考慮に入れた誤り率計算法である Forestieri 法 [1]~[3] が用いられてきた。任意の入力波形に対して適用できるので、波形劣化の評価にも使える。例えば、ファイバ伝送後の劣化した波形を split-step Fourier 法 [4] で計算し、Forestieri 法の受信機への入力とすれば誤り率が得られるので、信号成分によるファイバ非線形効果の影響を評価する場合にも適用可能である。波形劣化の評価にアイペナルティを用いることもあるが、最も閉じたアイ開口を評価するため、誤り率 (または Q 値) の劣化と直接的には結び付かず、正確でないこともある。

近年、波長分散補償などをデジタル信号処理で行うことにより、強度に加え位相にも情報を乗せて受信感度や周波数利用効率を高めるコヒーレント検波方式が注目を集めている [5]。コヒーレント検波方式の誤り率評価では、Super FEC 適用を前提とし、誤り率 2.0×10^{-3} 程度までが計算できればよい [6]、任意の波形に対して適用できるが、計算時間のかかる

Monte Carlo (MC) 法が用いられている [7], [8]。システム設計を行う際、パラメータを変えて誤り率を繰り返し評価するので、誤り率 2.0×10^{-3} においても短い計算時間が望ましい。そこで、DD 方式に対する Forestieri 法を拡張して、コヒーレント検波方式の誤り率評価法を示す。これにより、コヒーレント検波方式の誤り率をより高速に導出可能となり、正確な波形劣化量の評価も可能となる。

以降、2. で Forestieri 法の拡張の概要を説明した後、3. でビート項の計算方法、4. でショット雑音項の計算方法について述べる。5. では 4 相位相変調 (QPSK: Quaternary Phase-Shift Keying)、16 値直交振幅変調 (QAM: Quadrature Amplitude Modulation) の 2 種の変調方式に対するビット誤り率計算法について述べる。6. はまとめである。

2. Forestieri 法の拡張

Forestieri 法の概要を付録 1. に示す。次の 2 ステップからなる [1]。(a) フィルタ通過後の信号や雑音をフーリエ級数で表現する。(b) 雑音成分が χ^2 分布となるように変形し、それに対応するモーメント母関数 (MGF: Moment-Generating Function) を求める。そして、MGF に対して鞍部点 (SPA: Saddle Point Approximation) 法 [1], [9] を適用し、誤り率を得る。

対象とする雑音の一つとして、増幅された自然放出

[†] 京都大学大学院情報学研究所, 京都市
Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, 606-8501 Japan

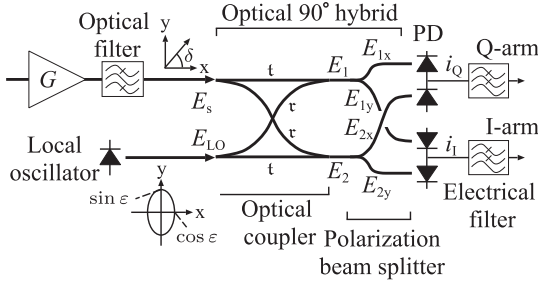


図1 光コヒーレント受信機の構成

Fig. 1 Configuration of coherent detection receivers.

光 (ASE: Amplified Spontaneous Emission) 雑音は光増幅器で発生する. ASE 雑音は平均 0 の白色ガウス雑音であり, その両側パワースペクトル密度 N_0 は次のように定義される [1].

$$N_0 = n_{sp}(G - 1)h\nu K \quad (1)$$

n_{sp} は自然放出光係数, G は光増幅器の利得, h はプランク定数, ν は光周波数, K は光増幅器の数である.

強度変調-DD 方式における光電流は, 信号光の電界を E_s , ASE 雑音の電界を n_{ASE} とすると,

$$R|E_s + n_{ASE}|^2 = R|E_s|^2 + R|n_{ASE}|^2 + R(E_s \cdot n_{ASE}^* + E_s^* \cdot n_{ASE}) \quad (2)$$

となる. R は受光素子 (PD: Photo Detector) の光電変換効率である. 式 (2) の第 1 項は復調信号, 第 2 項は ASE-ASE ビート雑音, 第 3 項は信号光 (s)-ASE ビート雑音を表す. Forestieri 法では, E_s は式 (A.2) の $s(t)$, n_{ASE} は式 (A.5) の $n(t)$ に対応する.

図 1 に光コヒーレント受信機の構成を示す^(注1) [10], [11]. 簡単のため, 信号光は直線偏波とし, 1 偏波のみを考える. 信号光と局部発振 (LO: Local Oscillator) 光を光カップラ (透過係数 t , 反射係数 r) に入射し, 合波する. そして偏波分離器によって同相ポート (I-arm) と直交ポート (Q-arm) に分けられる. 以上の部分を光 90° ハイブリッドと呼ぶ. 光 90° ハイブリッドの動作は付録 2. に示す. コヒーレント検波では一般的な受信機構成である I/Q-arm 構成とする [11]. 分波した出力光はそれぞれ二つの PD で光電変換され, 差分をとって出力される.

図 1 において PD の光電変換効率を上から順に R_{Q2} ,

(注1): 本論文では E_s を光フィルタ出力における量で定義するが, 光増幅器をプリアンプとし, その入力での評価では, 式 (A.1) の $x(t)$ と式 (1) の N_0 をそれぞれ $1/\sqrt{G}$ 倍, $1/G$ 倍した量を用いればよい.

R_{Q1} , R_{I1} , R_{I2} とすると, I-arm の上下の PD 出力の差分は次のようになる^(注2).

$$\begin{aligned} R_{I1}|E_s + E_{LO} + n_{ASE}|^2 - R_{I2}|E_s - E_{LO} + n_{ASE}|^2 \\ = (R_{I1} + R_{I2})(E_s \cdot E_{LO}^* + E_s^* \cdot E_{LO}) \\ + (R_{I1} - R_{I2})|E_s + n_{ASE}|^2 \\ + (R_{I1} + R_{I2})(E_{LO} \cdot n_{ASE}^* + E_{LO}^* \cdot n_{ASE}) \\ + (R_{I1} - R_{I2})|E_{LO}|^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式 (3) の右辺第 1 項は信号光と LO 光とのビート成分で復調信号であり, **3.1** で考察する. 第 2 項は信号光と ASE 雑音の和の 2 乗成分で, 式 (2) と同一である. 後述の“バランス受信”の場合 $R_{I1} = R_{I2}$ となり, 同相成分の差で 0 となる. “非バランス受信”の場合は非心 χ^2 分布となる雑音となり, **3.2** で考察する. 第 3 項は LO 光と ASE 雑音のビート雑音を表し, **3.3** で考察する. 第 4 項は LO 光パワー $P_{LO} = |E_{LO}|^2$ による DC オフセットとなる. 大きな P_{LO} を用いる通常の動作条件では雑音として第 3 項が卓越する [11].

式 (3) の出力に加え, ショット雑音が各 PD で生じる. ショット雑音は光電流に比例して増大し, 信号光, LO 光, ASE 雑音によるショット雑音がそれぞれ発生する. これを **4.** で考察する. 通常の動作条件ではこれらの中で LO 光によるショット雑音が卓越する [11]. 従来 Forestieri 法ではショット雑音を考慮しないため, R を考慮しないが, ショット雑音を考慮に入れる場合, R を考慮に入れなければならない.

以上の雑音を対象とする [11].

3. ビート項

3.1 信号光と局部発振光のビート成分

式 (A.20) で位相差成分 $e^{j\varphi}$ を E_s に含めると, I-arm での光電流は次のようになる. 以下では t と r の位相関係だけ保ち, $t = |t|e^{j\pi/2}$ 及び $r = |r|$ とする.

$$\begin{aligned} i_{s-LO,I} \\ = R_{I1}E_{LO} \sin \delta \cdot \sin \varepsilon \cdot (t^*E_s e^{-j\frac{\pi}{2}} + t^*E_s^* e^{j\frac{\pi}{2}}) \\ - R_{I2}E_{LO} \sin \delta \cdot \sin \varepsilon \cdot (t^*E_s^* e^{j\frac{\pi}{2}} + t^*E_s e^{-j\frac{\pi}{2}}) \\ \equiv B_{I\pm} \cdot (E_s + E_s^*) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし, $B_{I\pm} \equiv (R_{I1} \pm R_{I2})|t||\sin \delta \cdot \sin \varepsilon \cdot E_{LO}$,

(注2): 式 (A.20) において $r = 1/\sqrt{2}$, $t = j/\sqrt{2}$, $\delta = \varepsilon = \pi/4$, $\varphi = 0$ とし, **3.3** で説明するように $E_s \rightarrow E_s + n_{ASE}$ とする. 式 (2) との対比が目的なので, 係数を合わせるために全体を 4 倍している.

$B_{Q\pm} \equiv (R_{Q1} \pm R_{Q2})|\tau||t| \cos \delta \cdot \cos \varepsilon \cdot E_{LO}$ (復号順序) とする. Q-arm では式 (A-21) より次のようになる.

$$i_{s-LO, Q} = -j B_{Q+}(E_s - E_s^*) \quad (5)$$

式 (4) の E_s を式 (A-2) の $s(t)$ に対応させる. s_ℓ 及び s_ℓ^* は, 式 (A-2) に示すように周波数 $\ell/(NT_s)$ 及び $-\ell/(NT_s)$ の成分なので, この周波数における電気フィルタの伝達関数をかける. その結果, 電気フィルタ通過後の受信機出力は次式となる. なお, $q = I, Q$ とし, $q = I (Q)$ の場合は, [] 内と \pm の上 (下) 側をとることとする. c.c. は前項の複素共役を表す.

$$\begin{aligned} y_{s-LO, q}(t_k) &= B_{q+} \left[\begin{array}{c} 1 \\ -j \end{array} \right] \\ &\times \sum_{\ell=-L}^L \left\{ s_\ell H_e \left(\frac{\ell}{NT_s} \right) e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} \pm \text{c.c.} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

3.2 s-ASE/ASE-ASE ビート雑音

式 (2), (3) の $|E_s + n_{ASE}|^2$ の部分を考える. これには s-ASE ビート雑音及び ASE-ASE ビート雑音が含まれる. DD 方式の式 (A-11)~(A-13) と係数以外等しいので, 識別時刻 $t = t_k$ において 2 乗検波・電気フィルタ通過後の受信機出力は次のようになる.

$$\begin{aligned} y_{|s+n|^2, q}(t_k) &= C_q \left[\sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i \left| z_i + \frac{b_i}{\lambda_i} \right|^2 - \sum_{i=1}^{2M+1} \frac{|b_i|^2}{\lambda_i} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell H_e \left(\frac{\ell}{NT_s} \right) e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

式 (A-20) の E_s^2 項の係数から, $C_1 \equiv (R_{I1}|t|^2 - R_{I2}|\tau|^2) \sin^2 \delta$ とする. Q-arm では式 (A-21) の E_s^2 項の係数から, $C_1 \rightarrow C_Q \equiv (R_{Q1}|\tau|^2 - R_{Q2}|t|^2) \cos^2 \delta$ としたものとなる.

式 (7) で $z_i = 0$ とすると, [] 内 1 行目はキャンセルし, [] 内 2 行目だけとなる. これを $y_{|s|^2, q}(t_k)$ とする.

3.3 LO-ASE ビート雑音

図 1 より, 信号光と ASE 雑音は光 90° ハイブリッドの同じポート, LO 光は別のポートからの入力なので, 光 90° ハイブリッド出力において, 信号光と ASE 雑音は LO 光に対して同じ位相関係となる. よって,

式 (4), (5) の E_s を $n(t)$ に置き換えると, LO-ASE ビート雑音が得られる. 式 (A-5) を用いて, LO-ASE ビート雑音成分による光電流は次のようになる.

$$\begin{aligned} i_{LO-ASE, q}(t) &= B_{q+} \left[\begin{array}{c} 1 \\ -j \end{array} \right] \\ &\times \sum_{m=-M}^M \left\{ n_m e^{j \frac{2\pi m}{T_0} (t-t_k-T_0)} \pm \text{c.c.} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

n_m 及び n_m^* は, それぞれ周波数 m/T_0 及び $-m/T_0$ の成分なので, 式 (6) と同様にして電気フィルタ通過後の受信機出力は, 識別時刻 $t = t_k$ において次のようになる.

$$\begin{aligned} y_{LO-ASE, q}(t_k) &= B_{q+} \left[\begin{array}{c} 1 \\ -j \end{array} \right] \sum_{m=-M}^M \left\{ n_m H_e \left(\frac{m}{T_0} \right) \pm \text{c.c.} \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

ベクトル $\mathbf{i} \equiv (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^t$ ('0' の連続数はともに M 個) を導入すると, 式 (9) の [] の後は式 (A-7)~(A-9) を用いて次のように表せる [1].

$$\mathbf{i}^\dagger \hat{Q} \mathbf{n} \pm \mathbf{n}^\dagger \hat{Q} \mathbf{i} = \mathbf{i}^\dagger (\hat{H}^{-1})^\dagger \hat{U} \hat{\Lambda} \mathbf{z} \pm \mathbf{z}^\dagger \hat{\Lambda} \hat{U} \hat{H}^{-1} \mathbf{i} \quad (10)$$

なし (あり) のボールド体はベクトル (行列) を表す.

次に $\mathbf{j} \equiv \hat{U}^\dagger \hat{H}^{-1} \mathbf{i}$ とすると, 式 (10) は,

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i (j_i^* z_i \pm z_i^* j_i) \\ &= \sum_{i=1}^{2M+1} 2\lambda_i (j_i^{(\text{re})} z_i^{(\text{re})} \pm j_i^{(\text{im})} z_i^{(\text{im})}) \quad (11) \end{aligned}$$

となる. $z_i^{(\text{re})}$ と $z_i^{(\text{im})}$ はそれぞれ z_i の実部, 虚部である. $z_i^{(\text{re})}$ と $z_i^{(\text{im})}$ は互いに独立なので [1], 式 (11) は分散が $\sum_{i=1}^{2M+1} 4\lambda_i^2 |j_i|^2 \sigma^2$ のガウス分布に従うランダム変数を表す.

式 (9) の [] 内はどちらも大きさ 1 であるので, LO-ASE ビート雑音の分散は,

$$\sigma_{LO-ASE, q}^2 = B_{q+}^2 \sum_{i=1}^{2M+1} 4\lambda_i^2 |j_i|^2 \sigma^2 \quad (12)$$

となる. また, LO-ASE ビート雑音はガウス雑音で

あるので、これに対応する MGF は次式となる [9].

$$\Psi_{\text{LO-ASE},q}(s) = \exp\left(\frac{\sigma_{\text{LO-ASE},q}^2 s^2}{2}\right) \quad (13)$$

3.4 ビート雑音の統合

以上で述べた各ビート雑音は、同じランダム変数 z_i が関与しているために、独立な雑音ではない。そのため雑音の全分散は各ビート雑音分散の和と一致しない。

そこで、各ビート雑音の寄与を別々でなく、同時に考慮する。つまり、 $y_{|s+n|^2,q}(t_k) + y_{\text{LO-ASE},q}(t_k)$ において同じ z_i をまとめ、式 (7) の形にする。式 (7), (9), (11) より次のようにできる。

$$\begin{aligned} & y_{\text{beat},q}(t_k) \\ & \equiv \sum_{i=1}^{2M+1} \left| \sqrt{C_q \lambda_i} z_i + \frac{\sqrt{C_q} b_i}{\sqrt{\lambda_i}} \right. \\ & \quad \left. + \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \frac{\sqrt{\lambda_i} B_{q+}}{\sqrt{C_q}} j_i \right|^2 \\ & - \sum_{i=1}^{2M+1} \left| \frac{\sqrt{C_q} b_i}{\sqrt{\lambda_i}} + \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \frac{\sqrt{\lambda_i} B_{q+}}{\sqrt{C_q}} j_i \right|^2 \\ & + \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell H_c \left(\frac{\ell}{NT_s} \right) e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} \quad (14) \end{aligned}$$

右辺 3, 4 行目はランダム変数を含んでいない。1, 2 行目は非心 χ^2 分布となり、MGF は次式となる [1].

$$\begin{aligned} & \Psi_{\text{beat},q}(s) \\ & = \prod_{i=1}^{2M+1} \frac{1}{1 - 2sC_q \lambda_i \sigma^2} \exp\left[\frac{1}{1 - 2sC_q \lambda_i \sigma^2} \right. \\ & \quad \left. \times \left\{ s \left| \frac{\sqrt{C_q} b_i}{\sqrt{\lambda_i}} + \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \frac{\sqrt{\lambda_i} B_{q+}}{\sqrt{C_q}} j_i \right|^2 \right\} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

後述のバランス受信の場合 $C_q = 0$ となり、式 (15) は発散する。この場合、式 (7) = 0 となって LO-ASE ビート雑音だけになるので、式 (13) の MGF を用いる。

式 (15) を用いて $\Psi''_{\text{beat},q}(0) - (\Psi'_{\text{beat},q}(0))^2$ を計算すると、識別時刻 t_k におけるビート雑音の雑音分散が

$$\begin{aligned} & \sigma_{\text{beat},q}^2(t_k) = 4\sigma^2 \sum_{i=1}^{2M+1} \\ & \times \left\{ \left| \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} C_q b_i \pm B_{q+} \lambda_i j_i \right|^2 + C_q^2 \sigma^2 \lambda_i^2 \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

と得られる [1]. $\Psi'_{\text{beat},q}(s)$ は $\Psi_{\text{beat},q}(s)$ の導関数を表す。このうち最後の項は ASE-ASE ビート雑音の影響である [1]. これを除いたものを s-ASE/LO-ASE ビート雑音による雑音分散 $\sigma_{(s,\text{LO})\text{-ASE},q}^2(t_k)$ と表す。

4. ショット雑音項

4.1 信号光と局部発振光によるショット雑音

e を電気素量としてショット雑音の両側パワースペクトル密度は $e \times$ (光電流) となる [12]. また、二つの PD からのショット雑音は互いに独立なので、パワーでの和となる。よって、I-arm での全光電流は式 (A-20), (A-21) で $R_{I2} \rightarrow -R_{I2}$, $R_{Q2} \rightarrow -R_{Q2}$ とすれば得られ、 $i_{s\&LO,I} = F_I |E_s|^2 \sin^2 \delta + J_I |E_{LO}|^2 \sin^2 \varepsilon + B_{I-}(E_s + E_s^*)$ のようになる。 $F_I \equiv R_{I1}|t|^2 + R_{I2}|t|^2$, $J_I \equiv R_{I1}|t|^2 + R_{I2}|t|^2$ である。また、Q-arm では $\sin \leftrightarrow \cos$ とし、 F_I, J_I を $F_Q \equiv R_{Q1}|t|^2 + R_{Q2}|t|^2$, $J_Q \equiv R_{Q1}|t|^2 + R_{Q2}|t|^2$ とし、更に式 (5) も参考にして $i_{s\&LO,Q}$ が得られる。 $|E_s|^2$ は式 (A-3) に対応し、各識別時刻 t_k での I-arm の全光電流は次式となる。

$$\begin{aligned} & i_{s\&LO,I}(t_k) \\ & = F_I \sin^2 \delta \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} + J_I P_{LO} \sin^2 \varepsilon \\ & + B_{I-} \sum_{\ell=-L}^L \left(s_\ell e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} + \text{c.c.} \right) \quad (17) \end{aligned}$$

信号光と LO 光によるショット雑音は、これに比例する白色雑音なので、電気フィルタを考慮した受信機出力での分散は次式となる。

$$\begin{aligned} & \sigma_{s\&LO, \text{shot},q}^2(t_k) \\ & = \frac{e}{NT_s} \left[F_q \begin{bmatrix} \sin^2 \delta \\ \cos^2 \delta \end{bmatrix} \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} \right. \\ & \quad \left. + J_q \begin{bmatrix} \sin^2 \varepsilon \\ \cos^2 \varepsilon \end{bmatrix} \cdot P_{LO} \right. \\ & \quad \left. + B_{q-} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \sum_{\ell=-L}^L \left(s_\ell e^{j \frac{2\pi\ell}{NT_s} t_k} \pm \text{c.c.} \right) \right] \\ & \times \sum_{\ell'=-2L}^{2L} \left| H_c \left(\frac{\ell'}{NT_s} \right) \right|^2 \quad (18) \end{aligned}$$

4.2 ASE 雑音によるショット雑音

ASE 雑音によるショット雑音は、3.3 での議論と

同様に式 (A·20), (A·21) の E_s^2 項と同じとなるので, E_s を $n(t)$ と読み替え, 各識別時刻 t_k での受信機出力の分散を求める. w_m が互いに独立であることと式 (A·6) より, ASE 雑音による全光電流は以下のようになる. なお, w_m が平均 0 なので, s-ASE/LO-ASE ビート成分に対応するショット雑音は 0 となる. ここでも各 PD からのショット雑音はパワーでの和となる. E は期待値をとることを表す.

$$\begin{aligned}
 i_{\text{ASE,I}}(t) &= F_I \sin^2 \delta \cdot \sum_{m,m'=-M}^M E[w_m w_{m'}^*] \\
 &\quad \times H_o \left(\frac{m}{T_0} \right) H_o^* \left(\frac{m'}{T_0} \right) e^{j \frac{2\pi(m-m')}{T_0} (t-t_k+T_0)} \\
 &= F_I \sin^2 \delta \cdot \sum_{m=-M}^M 2\sigma^2 \left| H_o \left(\frac{m}{T_0} \right) \right|^2 \quad (19)
 \end{aligned}$$

これは t に無依存な定数であり, ASE 雑音によるショット雑音の受信機出力での分散は次式となる.

$$\sigma_{\text{ASE,shot,I}}^2 = e i_{\text{ASE,I}} \sum_{m'=-M}^M \left| H_e \left(\frac{m'}{T_0} \right) \right|^2 \quad (20)$$

Q-arm では $\sin \leftrightarrow \cos$ 及び $F_I \rightarrow F_Q$ とすればよい.

以上より, ガウス雑音であるショット雑音に対応する MGF は, 次式となる [9].

$$\Psi_{\text{shot},q}(s) = \exp \left(\frac{\sigma_{\text{shot},q}^2 s^2}{2} \right) \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{shot},q}^2(t_k) = \sigma_{\text{s\&LO,shot},q}^2(t_k) + \sigma_{\text{ASE,shot},q}^2 \quad (22)$$

また, 式 (22) の分散になるガウス雑音のサンプル値を $y_{\text{shot},q}(t_k)$ とすると, 式 (A·11) に対応する $y_q(t_k)$ は, 式 (6), (14) より, LO 光によるオフセットは別にして $y_q(t_k) = y_{\text{s-LO},q}(t_k) + y_{\text{beat},q}(t_k) + y_{\text{shot},q}(t_k)$ となる.

5. 各変調方式における誤り率

QPSK, 16QAM の 2 種類の変調方式を考える. 図 2 にグレイ符号を用いた各変調方式の信号点配置と判定に用いるしきい値 D_q 及び $D_{q1} \sim D_{q3}$ ($q = \text{I, Q}$) を示す [14]. 各信号点にそのシンボルが表すビットの組合せを示している. 左から 1 ビット目 (第 1 送信ビット), 2 ビット目 (第 2 送信ビット), \dots と呼ぶことにする. QPSK では, 信号点が D_I の右にあるか左にあるかで

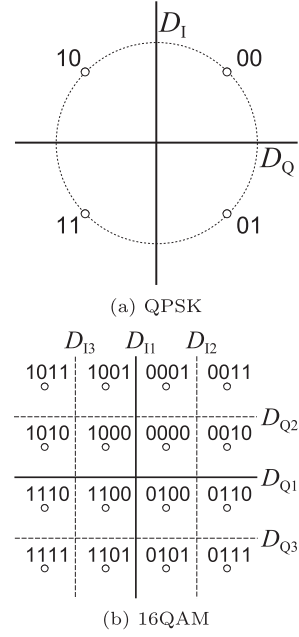


図 2 信号配置としきい値 (a) QPSK, (b) 16QAM
Fig. 2 Constellation diagrams and thresholds. (a) QPSK, (b) 16QAM.

1 ビット目が '0' であるか '1' であるかが判定され, D_Q の上にあるか下にあるかで 2 ビット目が '0' であるか '1' であるかが判定される. 16QAM では, 信号点が D_{I1} の右にあるか左にあるかで 1 ビット目が '0' であるか '1' であるかが判定され, D_{I2} と D_{I3} の間にあるか外側にあるかで 3 ビット目が '0' であるか '1' であるかが判定される. Q-arm でも同様にして 2, 4 ビット目が判定される.

これらの変調方式に対し, 以下で計算する誤り率の計算条件を示しておく. 7 段の擬似ランダム符号系列 (PRBS: Pseudo Random Bit Sequence) で変調された信号を用いる. $2^{M_{\text{mod}}}$ 値の場合には, 乱数の種が異なる PRBS を M_{mod} 系列用意し, それぞれから 1 ビットずつを割当て, シンボル数 $N = 128$ とする. そして, 1 シンボルあたり 64 サンプルの波形を用いる. また, 信号光と LO 光の位相雑音は 0 とする.

ビットレートは 10 Gbit/s (シンボルレート $1/T_s$ は QPSK で 5 Gbaud, 16QAM で 2.5 Gbaud) とし, 自然放出光係数 $n_{\text{sp}} = 1.6$, 光増幅器数 K はプリアンプのみの 1 段, 光増幅器の利得 $G = 16$ dB, 光周波数 $\nu = 193.1$ THz とする. 断らない限り LO 光パワーを $P_{\text{LO}} = 10$ dBm とする. 光フィルタに 2 次ガウスフィルタ, 電気フィルタに 5 次ベッセルフィルタを用いる.

各フィルタの帯域幅は、光フィルタ $2.0/T_s$ 、電気フィルタ $0.7/T_s$ とする。フィルタ形状は上記のとおりとし、Forestieri 法で与えるべきパラメータを $\eta = 2.0$ 、 $\mu = 0.8$ とする。 η 、 μ を 5 まで増加させると誤り率の収束値が分かる。上記各設定では、誤り率が 5% 以内に収束している。光 90° ハイブリッドのパラメータは $\tau = 1/\sqrt{2}$ 、 $t = j/\sqrt{2}$ 、 $\varepsilon = \delta = \pi/4$ とする。

真値として MC 法による誤り率を用いるが、MC 法で発生させる ASE 雑音やショット雑音は、それぞれ互いに独立なランダム雑音とする。 P_e をビット誤り率として、ビット判定の試行回数は $10/P_e$ 回とする [15]。

5.1 CEF 法

ASE-ASE ビート雑音を無視して、ガウス雑音だけを考慮すると、相補誤差関数 (CEF: Complementary Error Function) を用いて誤り率を計算できる。これは 2. で示した Forestieri 法のステップ (a) のみを用いていることになる。PRBS による変調信号に対し、3. と 4. で述べた変数を以下のように適用する。

フィルタの影響を受けた QPSK 信号と、しきい値 D_q との比較を行う。

$$P_{e,q}^{(1)}(k, D_q) \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_q)] & : \text{送信ビット '0'} \\ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q-}(D_q)] & : \text{送信ビット '1'} \end{cases} \quad (23)$$

$$\gamma_{k,q\pm}(D_q) \equiv \pm \frac{y_{|s|^2,q}(t_k) + y_{s\text{-LO},q}(t_k) - D_q}{\sqrt{2} \sqrt{\sigma_{\text{shot},q}^2(t_k) + \sigma_{(s,\text{LO})\text{-ASE},q}^2(t_k)}} \quad (24)$$

を用いると、図 2(a) のように 1 ビット目を I-arm, 2 ビット目を Q-arm でビット判定するので、誤り率は次のようになる。図 2(a) の D_I 、 D_Q はそれぞれ 1, 2 ビット目の判定に用いるしきい値である。

$$P_{e,\text{QPSK}}(D_I, D_Q) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \left\{ P_{e,I}^{(1)}(k, D_I) + P_{e,Q}^{(1)}(k, D_Q) \right\} \quad (25)$$

通常 $\gamma_{k,q\pm}(D_q)$ の分子には $y_{|s|^2,q}$ は入らないが、後述のように、これを含むことで誤差を低減できる。実際の場合や MC 法では、信号成分は $y_{|s|^2,q} + y_{s\text{-LO},q}$ の形で含むので、式 (24) は自然な形である。 $y_{|s|^2,q}$ は $s(t)$ が小さい場合に無視でき、後述のバランス受信の場合は 0 となる。

16QAM では、図 2(b) のように 1, 2 ビット目に對

してしきい値 D_{I1} 、 D_{Q1} でのビット判定を行う。1, 2 ビット目の誤り確率は、QPSK と同様に $P_{e,I}^{(1)}(k, D_{I1})$ 、 $P_{e,Q}^{(1)}(k, D_{Q1})$ となる。

3, 4 ビット目では、I-arm (Q-arm) でそれぞれ二つのしきい値 D_{I2} 、 D_{I3} (D_{Q2} 、 D_{Q3}) を使い、2 しきい値の内側、外側のどちらに信号点があるかでビット判定を行う。第 3 (4) 送信ビットが '0' のとき、つまり二つのしきい値の間になるように送信された場合、受信側で 2 しきい値の外側になると誤りとなるので、誤り確率は $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q-}(D_{q2})] + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q3})]$ となる。

次に、第 3 (4) 送信ビットが '1' のとき、つまり 2 しきい値の外側になるように送信された場合を、第 1, 3 (2, 4) 送信ビットが (0, 1) と (1, 1) の場合に分けて考える。第 1, 3 (2, 4) 送信ビットが (0, 1) のとき、 D_{q2} を超えると誤りとなるが、更に D_{q3} を超えた場合、誤りではないので、誤り確率は $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q2})] - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q3})]$ となる。そして、第 1, 3 (2, 4) 送信ビットが (1, 1) のときも同様に $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q-}(D_{q3})] - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q-}(D_{q2})]$ となる。ここで $\operatorname{erfc}(-x) = 2 - \operatorname{erfc}(x)$ であるので [13]、後者を書き換えると前者に一致する。よって、第 1 (2) 送信ビットに依存せず同じ形に記述でき、第 3, 4 ビットの誤り率は、

$$P_{e,q}^{(2)}(k, D_{q2}, D_{q3}) \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q-}(D_{q2})] + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q3})] & : \text{第 3 (4) 送信ビット '0'} \\ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q2})] - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\gamma_{k,q+}(D_{q3})] & : \text{第 3 (4) 送信ビット '1'} \end{cases} \quad (26)$$

となる。これらを用いて 16QAM の誤り率は次のように表される。

$$P_{e,16\text{QAM}}(D_{I1}, D_{I2}, D_{I3}, D_{Q1}, D_{Q2}, D_{Q3}) = \frac{1}{4N} \sum_{k=1}^N \left[P_{e,I}^{(1)}(k, D_{I1}) + P_{e,Q}^{(1)}(k, D_{Q1}) + P_{e,I}^{(2)}(k, D_{I2}, D_{I3}) + P_{e,Q}^{(2)}(k, D_{Q2}, D_{Q3}) \right] \quad (27)$$

しきい値は誤り率が最小となるように設定する。以上のように誤り率を求める方法を CEF 法と呼ぶ。

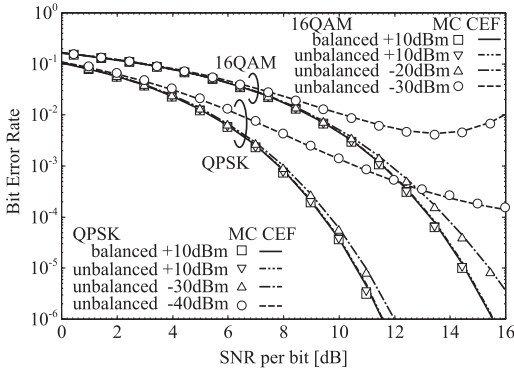


図3 MC法とCEF法による誤り率特性。 $P_{LO} = 10 \sim -40$ dBm (QPSK), $10 \sim -30$ dBm (16QAM). MC法: □, ▽, △, ○. CEF法: 線

Fig. 3 Bit-error rate performances by the MC and CEF methods. $P_{LO} = 10 \sim -40$ dBm (QPSK), $10 \sim -30$ dBm (16QAM). MC: □, ▽, △, ○. CEF: lines.

5.2 バランス受信における誤り率

各PDの光電変換効率は全て等しく、量子効率を1として $R = 1.252$ A/W とする。上述した光 90° ハイブリッドのパラメータ設定と合わせると、I-arm (Q-arm) の二つのPDに等しいパワーが分岐され、これをバランス受信と呼ぶ。この場合 $C_q = 0$ となるので、 $\gamma_{k,q\pm}$ の分子で $y_{|s|^2,q} = 0$ となる。更に式(7)でs-ASE/ASE-ASEビート雑音は0となり、雑音はLO-ASEビート雑音とショット雑音の2種となる。したがって、バランス受信時に考慮すべき雑音は全てガウス雑音であり、式(25), (27)で $\sigma_{(s,LO)-ASE,q}^2 = \sigma_{LO-ASE,q}^2$ としてCEF法による誤り率を計算できる。

CEF法とMC法を用いて計算したQPSK, 16QAMのビット誤り率を図3に示す。□がMC法の結果で、実線がCEF法の結果である。横軸は次のように示す。まず、式(A-1)の $x(t)$ を2乗して $|x(t)|^2$ とし、これを平均して求めた信号光平均パワーをビットレートで割って、1ビット当たりの信号光平均エネルギー E_b を求める。そして、式(1)を用いて、 $10 \log_{10}(E_b/N_0)$ で表す。図3より、MC法によって計算された真値と、誤差0.1dB以内で一致し、正確であることが分かる。

ショット雑音を0とした場合の誤り率をCEF法で計算したところ、 E_b/N_0 の違いは0.08dBであった。これから、ビート雑音、特にLO-ASEビート雑音が支配的であることが分かる [11]。

次に、SPA法による誤り率の計算について述べる。式(A-14)の代わりに、式(13)と式(21)のMGFの

積を式(A-15)に代入することで、SPA法による誤り率を計算できる。2. で示したForestieri法のステップ(a), (b)を用いていることになる。CEF法と同様にしきい値は誤り率が最小となるように設定する。誤り率を計算した結果、図3の□と一致した。

5.3 非バランス受信における誤り率

例えば、各PDの光電変換効率が R (上側), $0.5R$ (下側) の場合を考える。この場合、各armで二つのPDの光電流が異なるため、バランス受信でなくなる。この状態を非バランス受信と呼ぶ。非バランス受信では、バランス受信時にキャンセルしていた、式(7)のs-ASE/ASE-ASEビート雑音を考慮に入れる必要がある。しかし、式(7), (14)のようにASE-ASEビート雑音を含んだ雑音分布が χ^2 分布となるので [1], 厳密にはCEF法を適用できず、SPA法のみ適用できる。

非バランス受信のMC法の結果を図3に▽で示す。□との差は0.06dB以内である。つまり、LO-ASEビート雑音が支配的であれば、非バランス受信にしても誤り率特性は変化しない。この理由は後で考察する。

式(A-14)の代わりに、式(15)と式(21)のMGFの積を式(A-15)に代入すると、SPA法による誤り率を計算できる。SPA法の結果は図3の▽と0.1dB以内で一致した。

図3において横軸が0dB以下にならない限り、(s-ASEビート雑音) > (ASE-ASEビート雑音) である。そこでASE-ASEビート雑音を無視すると、s-ASEビート雑音はガウス分布であり、同じくガウス分布であるLO-ASEビート雑音やショット雑音を考慮に入れてCEF法を適用できる。 $P_{LO} = 10$ dBmでのCEF法の結果を図3の二点鎖線で示したが、バランス受信の結果である実線に0.02dB以内の差で一致して重なっている。この差はショット雑音の影響である。このように非バランス受信でLO-ASEビート雑音が支配的な場合、SPA法に加えCEF法も適用できる。

以上のようにバランス/非バランス受信の誤り率に差異がないのは、 P_{LO} の一般的な設定である図3の□や▽の設定では、LO-ASEビート雑音と比べ、s-ASE/ASE-ASEビート雑音が非常に小さくなるためである。LO-ASEビート雑音が支配的である場合、I-armで考えると、信号成分への非バランス受信の影響は R_{I1} と R_{I2} を含んだ式(6)の B_{I+} が表しており、LO-ASEビート雑音への影響は式(12)の B_{I+}^2 が表している。よって、 $\gamma_{k,I\pm}$ の B_{I+} 依存性は $B_{I+}^2/B_{I+}^2 = 1$ となって非バランス受信の影響が表れない。つまり、

図 3 の□や▽の設定では LO-ASE ビート雑音が支配的であり、Q-arm も同様で、その場合、バランス/非バランス受信で誤り率特性は変化しない。

非バランス受信において LO-ASE ビート雑音が支配的でなく、s-ASE/ASE-ASE ビート雑音の影響が現れる場合、バランス/非バランス受信で誤り率特性がずれる。このようになる状況は、LO 光パワー P_{LO} が、信号光パワーよりも小さくなる場合である。これまでの設定では、図 3 の QPSK で誤り率 10^{-3} となるのは、信号パワー -33 dBm であるので、 $P_{LO} < -33$ dBm であるが、通常このように小さい値にはしない。

通常設定しない値まで P_{LO} を下げて CEF 法の適用可能性を確認する。 P_{LO} を -40 dBm (QPSK), -30 dBm (16QAM) まで小さく変化させた場合の誤り率特性を図 3 に示す。 $P_{LO} = -30$ dBm (QPSK), -20 dBm (16QAM) での MC 法と CEF 法の結果はそれぞれ△と一点鎖線で、 $P_{LO} = -40$ dBm (QPSK), -30 dBm (16QAM) ではそれぞれ○と破線で示している。CEF 法と MC 法の誤り率の結果は 0.1 dB 以内で一致しており、非バランス受信において、通常の設定と大きく異なる $P_{LO} = -40$ dBm (QPSK), -30 dBm (16QAM) まで小さくして s-ASE ビート雑音が支配的となる状況へも CEF 法が適用可能である。また、 P_{LO} を下げると、バランス受信と非バランス受信の誤り率特性がずれることも図 3 から分かる。

P_{LO} を下げた場合の誤り率特性の挙動は以下のように説明できる。式 (3) を用いて $\gamma_{k,q\pm}^2$ を表すと、LO-ASE ビート雑音が支配的な場合、次式のように $|E_s|^2$ に比例して変化する。式 (3) の右辺 2 行目の影響は後述する。

$$\gamma_{k,1\pm}^2 \propto \frac{(R_{11} + R_{12})^2 |E_s|^2 |E_{LO}|^2}{(R_{11} + R_{12})^2 |E_{LO}|^2 |n_{ASE}|^2} = \frac{|E_s|^2}{|n_{ASE}|^2} \quad (28)$$

しかし、s-ASE ビート雑音が支配的になると、

$$\begin{aligned} \gamma_{k,1\pm}^2 &\propto \frac{(R_{11} + R_{12})^2 |E_s|^2 |E_{LO}|^2}{(R_{11} - R_{12})^2 |E_s|^2 |n_{ASE}|^2} \\ &= \frac{(R_{11} + R_{12})^2 |E_{LO}|^2}{(R_{11} - R_{12})^2 |n_{ASE}|^2} \end{aligned} \quad (29)$$

となって $|E_s|^2$ に無依存となり、 $|E_s|^2$ を変えても誤り率は変化しなくなる。非バランス受信において $|E_s|$ が大きくなると E_b/N_0 が大きくなり、式 (28) から式 (29) へ移行する。そのため、図 3 の一点鎖線や破線の

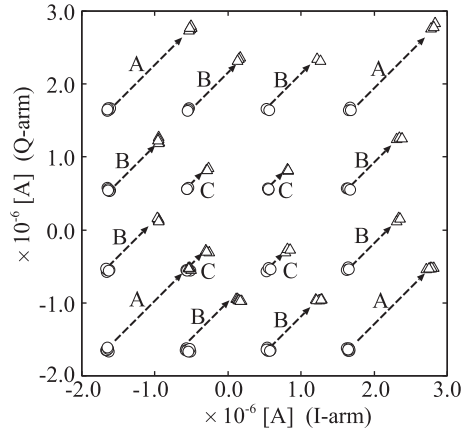


図 4 受信信号の信号空間ダイアグラム ($E_b/N_0 = 16.4$ dB). ○: E_s^2 なし, △: E_s^2 あり
Fig. 4 Constellation diagram of received signal ($E_b/N_0 = 16.4$ dB). ○: without E_s^2 . △: with E_s^2 .

ように E_b/N_0 に対する誤り率の変化が緩慢となる。

16QAM の $E_b/N_0 = 13.5$ dB 以上では E_b/N_0 を大きくしても誤り率が増加する。 $\gamma_{k,q\pm}$ から $y_{|s|^2,q}$ を省いて計算すると、 $E_b/N_0 = 13.5$ dB 以上で誤差が生じた。非バランス受信で P_{LO} が小さいとき、 E_b/N_0 を大きくすると、前述のように s-ASE ビート雑音の影響で誤り率がバランス受信からずれてくる。更に E_b/N_0 を大きくすると、次のように $y_{|s|^2,q}$ の影響で波形劣化が生じ、誤り率が増加する。

16QAM (MC 法) で $P_{LO} = -30$ dBm, $E_b/N_0 = 16.4$ dB とし、全雑音を 0 とし、識別直前の信号空間ダイアグラムを図 4 に示す。式 (A-20), (A-21) で E_s^2 の項を省いたものを○で示し、省かないものを△で示す。非バランス受信なので、 E_s^2 の項は 0 ではない。この項は CEF 法の $y_{|s|^2,q}(t_k)$ に対応する。信号点○はあまり劣化していないことが分かる。16QAM は 3 種類の強度を用いており、式 (A-20), (A-21) より、現在の設定では E_s^2 の項は I/Q-arm に 3 種類の強度に応じて同じ量を加算することになる。一番大きい強度の信号点は 'A' の矢印で、二番目の強度の信号点は 'B' の矢印で、最も小さい強度の信号点は 'C' の矢印でシフトして、△になっている。'A' の矢印それぞれ、'B' の矢印それぞれ、'C' の矢印それぞれは同じ長さであり、 E_s^2 の項の大きさに対応している。各 3 グループの信号点は平行移動するだけなので、正方形または八角形という形は不変であるが、それぞれでシフト量が異なるので全体としてはひずむことになる。その結

表 1 MC 法, SPA 法, CEF 法による計算時間
Table 1 Calculation time by the MC, SPA, and CEF methods.

	MC			SPA	CEF
	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}		
P_e				—	—
QPSK [s]	13	1.3×10^3	1.3×10^5	9.7	0.13
16QAM [s]	14	1.4×10^3	1.5×10^5	9.7	0.14

果, 信号点△では波形劣化が生じることになる. CEF 法におけるこの影響は式 (24) のように $y_{|s|,q}(t_k)$ を含むことで取り込んでいる. そのため図 3 のようにどの場合でも MC 法との差を小さくできている.

16QAM と異なり, 原理的に QPSK には強度変動はないが, フィルタで帯域制限されると強度変動が生じる. それによって QPSK でも前記と同様なことが生じる. しかし, 16QAM と比べ強度変動が小さいため, 図 3 では誤り率の劣化が見えない. ○で $E_b/N_0 = 19$ dB 以上にすると誤り率の劣化が観測される.

5.4 計算時間

MC 法, SPA 法, CEF 法を用い, 与えられた E_b/N_0 における誤り率計算に要する時間を表 1 に示す. Intel® Core™ i7-2600 を用いた結果である. MC 法で小さい誤り率を求める場合, それだけ多くのビットを評価しなければならない. 表 1 において誤り率が $10^{-2} \rightarrow 10^{-4}$ ($10^{-2} \rightarrow 10^{-6}$) のように 10^{-2} 倍 (10^{-4} 倍) となると, 誤り率に反比例して計算時間が約 10^2 倍 (約 10^4 倍) となっている. このように, MC 法では誤り率に依存して必要な繰返し回数が決まり, 計算時間は繰返し回数によってほぼ決まることが分かる. 表 1 から CEF 法を用いた場合が他の計算法に比べ大幅に速く, 誤り率 10^{-2} でも MC 法に対し約 1/100 となる.

MC 法と同様に, SPA 法は原理的にバランス/非バランス受信どちらへも適用可能であり, 計算の結果, 誤差も小さい. それに対し, CEF 法は原理的に非バランス受信へは適用できないと考えられるが, 誤差を生じさせ得る雑音を無視しても, 図 3 の範囲ではバランス/非バランス受信ともに誤差が小さいことが 5.3 で分かっている. つまり, 適用可能範囲は MC 法, SPA 法, CEF 法で同等である. そして, 計算時間を考えると, 表 1 より CEF 法を用いて計算時間を大幅に短縮することができる.

CEF 法の計算時間は式 (A.1), (A.5) の項数 $L = \eta N B_o T_s$, $M = \mu \eta (1 + B_o B_e^{-1})$ に依存する. $B_o T_s$ は

1 桁程度大きくする可能性はあるが [1], 近年のチャネル間隔狭域化により本論文での設定に近い場合が大半である. そして, $B_o T_s$ は大きく変化させることはない. 異なるフィルタ形状とすると, μ や η の設定値を変えなければならない [1]. η の設定値は大きく変化することはないが, μ の設定値は 1 桁大きくなる場合がある [1]. 本論文では一般的なフィルタ形状としたが, 別のフィルタ形状とすると計算時間が 1 桁程度長くなる可能性はある. それでも MC 法や SPA 法より短い.

6. むすび

DD 方式において有用な誤り率計算法である Forestieri 法を拡張して, コヒーレント検波方式における SPA 法及び CEF 法を示した.

バランス/非バランス受信時に, QPSK, 16QAM において電気・光フィルタの影響を考慮した誤り率計算法を導入し, MC 法に対して 0.1 dB 以内の精度で計算可能であることが分かった. 特に CEF 法は計算時間も誤り率 10^{-2} において MC 法の約 1/100 となる.

任意の波形に適用できるので, ファイバ非線形効果による波形劣化の評価への適用が期待される. 特に, 条件を変えながらの繰返し評価に有用である. ただし, ASE 雑音ファイバ非線形効果に関与する場合は適用できない.

簡単のため, 1 偏波のみの信号光を考えたが, これと直交する偏波に, 別の信号を乗せる偏波多重も行われる [5]. この場合, 例えば図 1 で $\delta \rightarrow \delta + (\pi/2)$ として本論文の計算を行えば, 直交する偏波方向における誤り率が計算できるので, それとの平均により偏波多重信号に対する誤り率も導出できる.

また, 波形ひずみ補償に Finite Impulse Response (FIR) フィルタなどを用いたデジタル信号処理が行われる [5]. フィルタの伝達関数が与えられる場合, その伝達関数を本論文の電気フィルタの伝達関数の代わりに用いることで誤り率が計算できる.

謝辞 本研究の一部は JSPS 科研費 25420368 の助成を受けて行われた.

文 献

- [1] E. Forestieri, "Evaluating the error probability in lightwave systems with chromatic dispersion, arbitrary pulse shape and pre- and postdetection-filtering," IEEE/OSA J. Lightwave Technol., vol.18, no.11, pp.1493–1503, Nov. 2000.
- [2] J. Wang and J.M. Kahn, "Impact of chromatic and polarization mode dispersion on DPSK systems us-

ing interferometric demodulation and direct detection,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol.22, no.2, pp.362–371, Feb. 2004.

- [3] 乗松誠司, 伊藤健一, “40 Gbit/s 光伝送システムにおける周波数利用効率と非線形耐力に関する変調方式の比較,” *信学論 (B)*, vol.J88-B, no.1, pp.210–223, Jan. 2005.
- [4] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 4th ed., Academic Press, 2007.
- [5] R. Saunders, “Coherent DWDM technology for high speed optical communications,” *Opt. Fiber Technol.*, vol.17, no.5, pp.445–451, Oct. 2011.
- [6] ITU-T Recommendation G.975.1, Feb. 2004.
- [7] T. Pfau, S. Hoffmann, and R. Noé, “Hardware-efficient coherent digital receiver concept with feed-forward carrier recovery for M -QAM constellations,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol.27, no.8, pp.989–999, April 2009.
- [8] C. Behrens, R.I. Killey, S.J. Savory, M. Chen, and P. Bayvel, “Nonlinear transmission performance of higher-order modulation formats,” *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol.23, no.6, pp.377–379, March 2011.
- [9] C.W. Helstrom, “Approximate evaluation of detection probabilities in radar and optical communications,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol.14, no.4, pp.630–640, July 1978.
- [10] W.R. Leeb, “Optical 90° hybrid for Costas-type receivers,” *Electron. Lett.*, vol.26, no.18, pp.1431–1432, Aug. 1990.
- [11] M. Seimetz, *High-Order Modulation for Optical Fiber Transmission*, Springer, 2009.
- [12] G.P. Agrawal, *Lightwave Technology: Telecommunication Systems*, Wiley, 2005.
- [13] M. Abramowitz and I.A. Stegun, ed., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 1965. Formulas 7.1.2 and 7.1.9.
- [14] L. Hanzo, S.X. Ng, T. Keller, and W. Webb, *Quadrature Amplitude Modulation*, 2nd ed., Wiley, 2004.
- [15] M.C. Jeruchim, “Techniques for estimating the bit error rate in the simulation of digital communication systems,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol.2, no.1, pp.153–170, Jan. 1984.

付 録

1. Forestieri 法の概要

伝送後, 光増幅器を通過した光信号を, 次のフーリエ級数で表す^(注3).

(注3) : 文献 [1] では $x(t)$ を送信信号とし, 波長分散と光フィルタの影響を与えて後述の $s(t)$ としている. また, 文献 [1] ではショット雑音を考慮に入れていないため, 基本的に光段で特性が決まってしまうので, 光増幅器の入力において信号光や ASE 雑音パワーを規定し, その後は光フィルタの影響を取り込んでいる. 送信波形は文献 [1] 以外の方法でも生成できるので, 本論文では伝送の影響を受けた後とし, 更に図 1 の E_s と $s(t)$ を対応させると対比しやすいため, 光増幅器出力における光信号を $x(t)$ とする.

$$x(t) = \sum_{\ell=-L}^L x_\ell e^{j\frac{2\pi\ell}{NT_s}t} \quad (\text{A}\cdot 1)$$

L は展開の最高周波数を決め, $L = \eta NB_o T_s$ である. N は伝送シンボル数, B_o は光フィルタの等価雑音帯域, T_s はシンボル継続時間である. η は光フィルタの形状に依存し, 誤り率が収束するように L を調整して, η を決定する. L が小さ過ぎると計算精度が落ち, 大き過ぎると計算時間が長くなる.

光フィルタ通過後の信号 $s(t)$ は次式となる.

$$s(t) = \sum_{\ell=-L}^L s_\ell e^{j\frac{2\pi\ell}{NT_s}t}, \quad s_\ell = x_\ell H_o \left(\frac{\ell}{NT_s} \right) \quad (\text{A}\cdot 2)$$

$H_o(f)$ は光フィルタの伝達関数である. また, 信号 $s(t)$ の 2 乗は以下のようになる.

$$|s(t)|^2 = \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell e^{j\frac{2\pi\ell}{NT_s}t} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$c_\ell = \sum_{k=\max(-L, \ell-L)}^{\min(L, \ell+L)} s_k s_{k-\ell}^* \quad (\text{A}\cdot 4)$$

光フィルタ通過後の ASE 雑音 $n(t)$ を,

$$n(t) = \sum_{m=-M}^M n_m e^{j\frac{2\pi m}{T_0}(t-t_k+T_0)} \quad (\text{A}\cdot 5)$$

$$n_m = w_m H_o \left(\frac{m}{T_0} \right) \quad (\text{A}\cdot 6)$$

と展開する. t_k は識別時刻, T_0 は光・電気フィルタのインパルス応答時間の和 $T_0 = \mu(B_o^{-1} + B_e^{-1})$ である. B_e は電気フィルタの等価雑音帯域であり, 誤り率が収束するように μ を調整する. M/T_0 は展開の最高周波数であって, M は雑音の自由度と呼ばれ, $M = \eta B_o T_0$ で与える. w_m は光フィルタ通過前の ASE 雑音の周波数 m/T_0 における成分を表し, 互いに独立な複素ガウスランダム変数である. w_m の実部, 虚部は平均 0, 分散 $\sigma^2 = N_o/(2T_0)$ のガウスランダム変数である.

次に $(2M+1)$ 次の正方行列 $\hat{A} = \hat{H}^\dagger \hat{Q} \hat{H}$ を導入する. \dagger はエルミート共役を表す. $H_e(f)$ を電気フィルタの伝達関数として, $(2M+1)$ 次の対角行列 \hat{H} と正方行列 \hat{Q} の要素を以下のように定義する ($i, j = 1, 2, \dots, 2M+1$).

$$(\hat{\mathbf{H}})_{ii} \equiv \left| H_o \left(\frac{i-M-1}{T_0} \right) \right| \equiv |h_i| \quad (\text{A}\cdot 7)$$

$$(\hat{\mathbf{Q}})_{ij} = (\hat{\mathbf{Q}})_{ji}^* \equiv H_e \left(\frac{-i+j}{T_0} \right) \quad (\text{A}\cdot 8)$$

n_{i-M-1} , w_{i-M-1} を成分とする列ベクトル \mathbf{n} , \mathbf{w} を導入すると, 式 (A.6) は $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{w}$ と表せる. 行列 $\hat{\mathbf{A}}$ には光・電気フィルタの影響が含まれている. $\hat{\mathbf{A}}$ の固有値を λ_i , それに対応する正規化固有ベクトルからなる $(2M+1)$ 次のユニタリ行列を $\hat{\mathbf{U}}$ として,

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{\Lambda}}\hat{\mathbf{U}}^\dagger, \quad \hat{\mathbf{\Lambda}} = \text{diag}\{\lambda_i\} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

と対角化する. $\hat{\mathbf{A}}$ はエルミートなので [1], 固有値 λ_i は実数となる.

更に, $(2M+1)$ 次元の列ベクトル $\mathbf{b} = \hat{\mathbf{U}}^\dagger \hat{\mathbf{H}}^\dagger \mathbf{v}$ を導入する. \mathbf{b} は光・電気フィルタの影響を考慮した信号ベクトルである. \mathbf{v} は $(2M+1)$ 次元の列ベクトルで, その要素は次のようになる.

$$(\mathbf{v})_i = \sum_{\ell=-L}^L s_\ell H_e \left(\frac{\ell}{NT_s} - \frac{i-M-1}{T_0} \right) e^{j\frac{2\pi\ell}{NT_s}t_k} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

以上のような定義を用いて, 光・電気フィルタの周波数応答を考慮した, 識別時刻 t_k における受信機出力のサンプル値 $y(t_k)$ を以下に示す.

$$y(t_k) = d_k + n_k - \nu_k \quad (\text{A}\cdot 11)$$

$$d_k \equiv \sum_{\ell=-2L}^{2L} c_\ell H_e \left(\frac{\ell}{NT_s} \right) e^{j\frac{2\pi\ell}{NT_s}t_k} \quad (\text{A}\cdot 12)$$

$$n_k \equiv \sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i \left| z_i + \frac{b_i}{\lambda_i} \right|^2, \quad \nu_k \equiv \sum_{i=1}^{2M+1} \frac{|b_i|^2}{\lambda_i} \quad (\text{A}\cdot 13)$$

d_k は雑音がない状態での電気フィルタからの信号出力, $n_k - \nu_k$ は雑音項である. b_i は \mathbf{b} の要素, z_i は $\mathbf{z} \equiv \hat{\mathbf{U}}^\dagger \hat{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{n}$ の要素であり, 互いに独立な平均 0, 分散 σ^2 の複素ガウスランダム変数である.

式 (A.13) より, 互いに独立な非心 χ^2 雑音の和が n_k である. よって, n_k に対応する MGF は $(2M+1)$ 個の MGF の積となり, 次式となる.

$$\begin{aligned} \Psi_{n_k}(s) &= \prod_{i=1}^{2M+1} \frac{1}{1 - 2\lambda_i \sigma^2 s} \\ &\times \exp \left(\frac{|b_i|^2}{\lambda_i} \cdot \frac{s}{1 - 2\lambda_i \sigma^2 s} \right) \quad (\text{A}\cdot 14) \end{aligned}$$

送信ビットが '0' と '1' のときの誤り率 $P(n_k > \xi_k)$ と $P(n_k < \xi_k)$ は, 確率密度関数の積分に鞍部点法 [1], [9] を適用することで,

$$P(n_k \geq \xi_k) = \frac{[\Psi_{n_k}(u_0^\pm)]^{\frac{3}{2}} e^{-u_0^\pm \xi_k}}{\sqrt{2\pi[(u_0^\pm)^2 \Psi_{n_k}''(u_0^\pm) + \Psi_{n_k}(u_0^\pm)]}} \quad (\text{A}\cdot 15)$$

と得られる. $\xi_k \equiv D - d_k + \nu_k$ は信号分だけシフトしたしきい値である. 関数 $\Phi_{n_k}(s) \equiv \ln \Psi_{n_k} - \ln s - s\xi_k$ の導関数 $\Phi'_{n_k}(s) = 0$ の正負の解が u_0^\pm である.

2. 光 90° ハイブリッドの動作

光 90° ハイブリッドの動作を図 1 を用いて述べる [10]. 後述の偏波分離器の偏波分離方向を x , y 軸とする. 信号光の電界 \mathbf{E}_s を図 1 のように x 軸に対し角度 δ となる直線偏波, LO 光の電界 \mathbf{E}_{LO} をだ円率角 ε のだ円偏波とする. それらを Jones ベクトル [12] で表し, $\mathbf{E}_s = E_s e^{j\varphi} (\cos \delta, \sin \delta)^t$, $\mathbf{E}_{\text{LO}} = E_{\text{LO}} (\cos \varepsilon, e^{j\pi/2} \sin \varepsilon)^t$ とする. $(\)^t$ は転置を表し, φ は信号光と LO 光の間の位相差を表す. 入力光は偏波分離器により二つの偏波方向に分離され, 以下のように表せる. \mathbf{t} , \mathbf{r} は複素数であり, 光カップラに過剰損失がない場合, $|\mathbf{t}|^2 + |\mathbf{r}|^2 = 1$ を満たす.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \begin{pmatrix} \mathbf{t} E_s e^{j\varphi} \cos \delta + \mathbf{r} E_{\text{LO}} \cos \varepsilon \\ \mathbf{t} E_s e^{j\varphi} \sin \delta + \mathbf{r} E_{\text{LO}} e^{j\pi/2} \sin \varepsilon \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{pmatrix} \quad (\text{A}\cdot 16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= \begin{pmatrix} \mathbf{r} E_s e^{j\varphi} \cos \delta + \mathbf{t} E_{\text{LO}} \cos \varepsilon \\ \mathbf{r} E_s e^{j\varphi} \sin \delta + \mathbf{t} E_{\text{LO}} e^{j\pi/2} \sin \varepsilon \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{pmatrix} \quad (\text{A}\cdot 17) \end{aligned}$$

式 (A.16), (A.17) の E_{1x} , E_{1y} , E_{2x} , E_{2y} が図 1 の各 PD で受信される. よって, 各 PD での光電流は以下のようなになる.

$$i_{11} \equiv R_{11}|E_{1y}|^2, \quad i_{12} \equiv R_{12}|E_{2y}|^2 \quad (\text{A}\cdot 18)$$

$$i_{Q1} \equiv R_{Q1}|E_{2x}|^2, \quad i_{Q2} \equiv R_{Q2}|E_{1x}|^2 \quad (\text{A}\cdot 19)$$

以上より, I/Q-arm の光電流は次のようになる.

$$\begin{aligned} i_{\text{I}} &= i_{11} - i_{12} = R_{11}|E_{1y}|^2 - R_{12}|E_{2y}|^2 \\ &= (R_{11}|\mathbf{t}|^2 - R_{12}|\mathbf{r}|^2) E_s^2 \sin^2 \delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (R_{I1}|v|^2 - R_{I2}|t|^2)E_{LO}^2 \sin^2 \varepsilon \\
& + R_{I1}E_sE_{LO} \sin \delta \cdot \sin \varepsilon \\
& \quad \times \{t^*r^*e^{j(\varphi-\frac{\pi}{2})} + t^*r^*e^{-j(\varphi-\frac{\pi}{2})}\} \\
& - R_{I2}E_sE_{LO} \sin \delta \cdot \sin \varepsilon \\
& \quad \times \{t^*r^*e^{-j(\varphi-\frac{\pi}{2})} + t^*r^*e^{j(\varphi-\frac{\pi}{2})}\} \quad (A\cdot20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_Q = i_{Q1} - i_{Q2} &= R_{Q1}|E_{2x}|^2 - R_{Q2}|E_{1x}|^2 \\
&= (R_{Q1}|v|^2 - R_{Q2}|t|^2)E_s^2 \cos^2 \delta \\
& + (R_{Q1}|t|^2 - R_{Q2}|v|^2)E_{LO}^2 \cos^2 \varepsilon \\
& + R_{Q1}E_sE_{LO} \cos \delta \cdot \cos \varepsilon \cdot (t^*r^*e^{j\varphi} + t^*r^*e^{-j\varphi}) \\
& - R_{Q2}E_sE_{LO} \cos \delta \cdot \cos \varepsilon \cdot (t^*r^*e^{-j\varphi} + t^*r^*e^{j\varphi}) \quad (A\cdot21)
\end{aligned}$$

I/Q-arm に光パワーが等分されるのは $r = 1/\sqrt{2}$ 及び $t = j/\sqrt{2}$ のときであり, 更に, $R_{I1} = R_{I2} = R_{Q1} = R_{Q2} = R$ とすると, 5.2 で述べるバランス受信となる. この場合, 式 (A.20), (A.21) は以下となる.

$$i_I = 2RE_sE_{LO} \sin \delta \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \varphi \quad (A\cdot22)$$

$$i_Q = 2RE_sE_{LO} \cos \delta \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \varphi \quad (A\cdot23)$$

φ に注目すると, $\cos \varphi$ に対して $\sin \varphi$ は直交位相の関係となる. つまり, 光 90° ハイブリッドとして機能することが分かる.

(平成 26 年 12 月 1 日受付, 27 年 3 月 5 日再受付)



加納 佑一郎

平 25 京大・工・電気電子卒. 平 27 同大学院情報学研究所修士課程了. 同年中部精機 (株) 入社. 在学中は光コヒーレント検波方式に関する研究に従事.



乗松 誠司 (正員)

昭 60 阪大・理・物理卒. 昭 62 同大学院博士前期課程了. 同年日本電信電話 (株) 入社. 平 10 京大学院情報学研究所・通信情報システム専攻助教授 (平 19 より准教授), 現在に至る. 主として光コヒーレント受信を含む光ファイバ通信方式や光ファイバ非線形効果の研究に従事. 博士 (工). 日本物理学会, IEEE 各会員.



中原 晃宏

平 22 京大・工・電気電子卒. 平 24 同大学院情報学研究所修士課程了. 同年関西電力 (株) 入社. 在学中は光コヒーレント検波方式に関する研究に従事.