

連接化した前方誤り訂正符号を用いた光差動位相変調方式において 硬判定復号した誤り率の数値計算法

鮫島 清豪[†] 乗松 誠司[†]

A Fast Evaluation Method for Bit Error Rate of Differential Phase-Shift Keying
after Hard Decision Decoding of Concatenated Forward Error Correction Codes

Kiyohide SAMESHIMA[†] and Seiji NORIMATSU[†]

あらまし 現在標準化されている、連接化した前方誤り訂正符号 (FEC) に関し、Monte Carlo 法や Importance Sampling 法といったシミュレーションにより誤り訂正後の誤り率を計算すると、多大な計算時間が必要となる。本論文では、連接化 FEC を用いた DPSK 方式において、硬判定復号の場合は単純な式を用いるだけで短時間で誤り訂正後の誤り率を求められることを示す。更に、符号サイズが小さい連接符号を繰返し硬判定復号する場合にも、“しきい値”を補正すれば、同様に短時間で誤り訂正後の誤り率を求められることを示す。

キーワード 光ファイバ通信, 前方誤り訂正符号, 連接符号, 誤り率

1. ま え が き

現在、送信データに冗長性を付加することで、誤りを検出し訂正する前方誤り訂正符号 (FEC: forward error correction code) のほか、FEC の連接化や符号長の拡大により誤り訂正能力を高めた Super FEC が光ファイバ通信で標準化されている [1]~[3]。

FEC を適用したシステムのビット誤り率 (BER: bit error rate) の評価には、シミュレーションと数値計算による方法がある。Monte Carlo (MC) 法に代表されるシミュレーションは高精度な評価が可能であるが、誤り率 10^{-6} まで求めるのが限界であり、光ファイバ通信で求められる 10^{-12} 以下の誤り率の評価が現実的な時間内では不可能である。そのため、MC 法の加速化手法である Importance Sampling (IS) 法が適用されている [4], [5]。しかし、IS 法を用いても、光ファイバ通信で必要とされる誤り率 10^{-12} 以下の場合を高精度に計算するには数日を要する。

一方、後述の式 (6) を用いて行う数値計算では、シミュレーションに比べて非常に高速な評価が可能であるが、一次元符号へ適用可能であることしか知られて

いない [1]~[4]。そのため、FEC を連接化した符号を適用した光ファイバ通信の誤り率を、後述の式 (6) だけを用いて計算可能であったり、簡単な補正を加えることにより計算可能であることが示せれば、高速な評価が可能となる。本論文では、後述の式 (6) を用いて行う数値計算法について行った検討結果を示す。

本論文は以下の構成となっている。まず、2. で本論文で検討を行う変調方式や符号などについて説明する。3. では、本論文で真値として用いる IS 法を用いたシミュレーションによる誤り率について説明する。4. 及び 5. において、それぞれ単純な硬判定復号及び繰返し硬判定復号の場合の数値計算による誤り率の導出法について述べる。6. はまとめである。

2. 検討を行うシステム

2.1 変調方式

変調方式として、差動位相変調方式 (DPSK: differential phase-shift keying) を考察する。DPSK は、従来の強度変調方式 (IM: intensity modulation) に代わり注目を集めている [6], [7]。IM が光強度に情報を載せるのに対し、DPSK は搬送波の位相差に送信データを割り当てる。そのため、DPSK はパワー変動が小さく、雑音に対して高い耐性をもつ [6], [7]。

受信された DPSK 信号は、図 1 に示す光受信機で

[†] 京都大学大学院情報学研究所, 京都市
Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, 606-8501 Japan

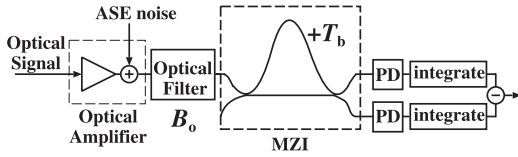


図 1 DPSK 受信機の構成
Fig. 1 Configuration of DPSK receivers.

復調される [6], [7]. まず, 受信した光信号を光増幅器で増幅し, フィルタ帯域幅 B_0 の方形光フィルタに通し, 1 ビット長 T_b 遅延のマッハツェンダ干渉計 (MZI: Mach-Zehnder interferometer) に入力する. そして, その 2 出力をそれぞれ受光素子 (PD: photodetector) で光電変換し, 差分をとることで電気信号を得る. 電気フィルタは最適フィルタとなる積分放電整合フィルタを考える. 1 ビット当りの信号エネルギーを \mathcal{E}_b とし, 増幅された自然放光 (ASE: amplified spontaneous emission) 雑音の片側電力スペクトル密度を N_0 とする. この光受信機を用いると, 1 ビット当りの信号対雑音比 (SNR: signal-to-noise ratio) \mathcal{E}_b/N_0 における誤り率は, 次式のように与えられる [8].

$$P_e = \left(\frac{1}{2}\right)^M \exp\left(-\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}\right) \sum_{i=0}^{M-1} \left(\frac{1}{2}\right)^i \times \frac{(M+i-1)!}{(M-1)! i!} {}_1F_1\left(M+i; M; \frac{\mathcal{E}_b}{N_0}\right) \quad (1)$$

$2M (\geq 4)$ は, 図 1 の二つの PD における確率密度分布である χ^2 分布の自由度を表し, $2M = B_0 T_b + 1$ を満たす [8]. ${}_1F_1(a; b; z)$ は, 式 (2) で定義される Kummer の合流型超幾何関数である [9]. $(z)_n$ は Pochhammer 記号で, ガンマ関数 $\Gamma(z)$ により $(z)_n = \Gamma(z+n)/\Gamma(z)$ と定義される [9].

$${}_1F_1(a; b; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n z^n}{(b)_n n!} \quad (2)$$

以降では, 最適設定値である $M = 2$ とする [8].

2.2 接続符号の構成

FEC の接続化は, 外符号 (outer code) と内符号 (inner code) の二つの符号を用いて, 図 2 に示すように行われる [3], [4]. 送信側では, 長さ k_1 の情報データを外符号で符号化し, 長さ n_1 の符号列を k_2 生成する. そして, 生成した二次元データを内符号で各列ごとに符号化し, 符号サイズ $N = n_1 \times n_2$ の接続符号を構成する. 受信側では内符号, 外符号の順に各列, 各行ごとに処理し, 接続符号を復号する.

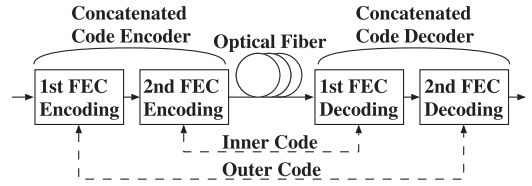


図 2 FEC の接続符号化/復号
Fig. 2 Encoding/Decoding scheme of concatenated FEC.

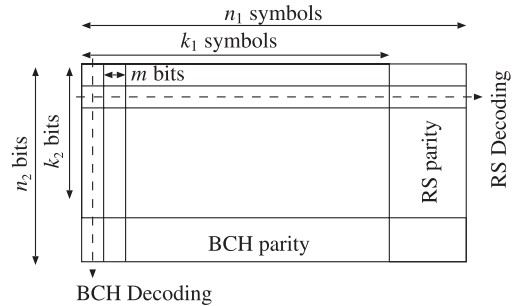


図 3 接続符号の構成: $RS(n_1, k_1) \times BCH(n_2, k_2)$
Fig. 3 Configuration of concatenated codes: $RS(n_1, k_1) \times BCH(n_2, k_2)$.

表 1 対象とする接続符号
Table 1 Concatenate codes under study.

	(n_1, k_1)	(n_2, k_2)	t_1	t_2
RS × RS	(31, 21)	(31, 21)	5	5
	(63, 51)	(63, 51)	6	6
	(127, 113)	(127, 113)	7	7
	(255, 239)	(255, 239)	8	8
	(511, 493)	(511, 493)	9	9
RS × BCH	(31, 21)	(31, 21)	5	2
	(63, 51)	(63, 51)	6	2
	(127, 113)	(127, 106)	7	3
	(255, 239)	(255, 223)	8	4

代表的な FEC である Reed-Solomon (RS) 符号 [10] と Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) 符号 [11] を考える. RS 符号は m ビットで構成されるシンボル単位で, $t (= \lfloor (n_i - k_i)/2 \rfloor)$ 重誤り訂正可能な符号である. $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数を表す. BCH 符号はビット単位で符号化され, 符号長 $n_i = 2^{m_i} - 1$ の場合, $t (= \lfloor (n_i - k_i)/m_i \rfloor)$ 重誤り訂正可能な符号である. 外符号に RS 符号, 内符号に BCH 符号を用いた接続符号の構成を図 3 に示す. このような接続符号を $RS(n_1, k_1) \times BCH(n_2, k_2)$ と書く.

対象とする接続符号は, 一般的な $RS(n_1, k_1) \times RS(n_2, k_2)$ 及び $RS(n_1, k_1) \times BCH(n_2, k_2)$ とする. 表 1 に, 本論文で考察した n_1, n_2, k_1, k_2 の設定

を示す．RS と同程度の t となるまで BCH の符号長を長くすると，計算時間がかかりすぎるため，表 1 の長さまでとした．一般に同じ長さの符号が接続化されるので， $n_1 = n_2 \equiv n$ とした．RS(n, k) \times RS(n, k) の場合には簡単のため RS(n, k)² と略し，更に符号長を指定しないときは RS² と略す．また，復号方式として，単純な硬判定復号と繰返し硬判定復号を対象とする．

3. シミュレーションによる誤り率 (IS 法)

本論文では IS 法 [4], [5] によるシミュレーションを行って求めた誤り率を真値として用いる．IS 法は稀少事象を対象としたシミュレーションに適する．誤り率計算において，MC 法ではランダム変数のとるすべての場合が含まれる集合 E を考える．しかし， E には符号誤りがない場合も含まれるため，符号誤りを含むよう標本を多くとらないと小さい誤り率の場合を評価できない．それに対し IS 法では，考える集合を符号誤りとなる集合 E_{IS} に限定することにより，MC 法より少ない標本数で小さな誤り率の場合を評価できる．

以下に誤り訂正後の誤り率 $P_e^{(c)}$ を IS 法で求める導出手順を示す． $t_2 + 1$ 以上の誤りを含む符号列が $t_1 + 1$ 以上存在する誤りパターンの集合を E_{IS} とする [4]．

(i) 擬似ランダムビット系列 (PRBS: pseudo-random bit sequence) により情報データを生成する．ただし，PRBS 発生種は試行ごとに変更する．

(ii) PRBS をブロックに分割し，情報語を構成する．ただし，分割の開始点は試行ごとに変更する．

(iii) 符号化を行い，符号サイズ $N (= n_1 \times n_2)$ の接続符号を生成する．

(iv) 伝送路における ASE 雑音を信号波形に重畳し，復調してデジタル信号を識別する．若しくは，受信誤り率 (raw BER) P_e から得られる誤り数を基に，誤りビットをランダムに選ぶことにより誤りパターンを生成する．

(v) 誤り訂正可能な行 (誤りが t_1 個以下)，若しくは列 (誤りが t_2 個以下) に属する誤りビット (シンボル) を，他の誤り訂正不可能な行，若しくは列にランダムに移動させることで E_{IS} に属する誤りパターンを生成する．

(vi) 項目 (v) で生成した符号を復号し，誤り訂正を行う．

(vii) 送信情報データと誤り訂正後の各ビットを比

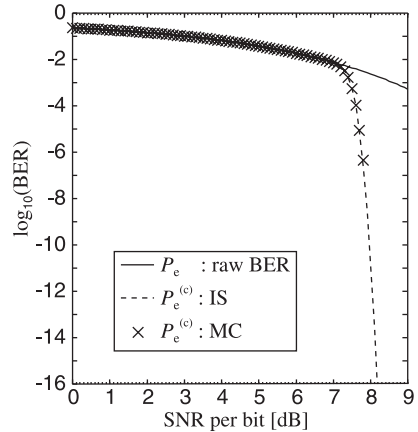


図 4 MC 法と IS 法による誤り率．RS(255, 239) \times BCH(255, 223)．実線：受信誤り率，破線：IS 法， \times ：MC 法

Fig. 4 BERs obtained using the MC or IS method. RS(255, 239) \times BCH(255, 223). Solid line: raw BER, dashed line: IS method, \times : MC method.

較し，誤りビット数 e_i^* を算出する．

上記の処理を L 回繰返し，各回の誤りビット数 e_i^* を保存する．計算の高速化のため，項目 (iv) では後者の方法を用いた．

E に対する E_{IS} の確率として， p_{IS} を考える．式 (1) から求める受信誤り率を P_e とし，ある列が $t_2 + 1$ 個以上の誤りを含む確率 c_1 は次のように表される．

$$c_1 = \sum_{w=t_2+1}^{n_2} \binom{n_2}{w} P_e^w (1 - P_e)^{n_2-w} \quad (3)$$

p_{IS} は， $t_2 + 1$ 以上の誤りを含む符号列が $t_1 + 1$ 以上存在する確率となるので，次式で表される [4]．

$$p_{IS} = \sum_{w=t_1+1}^{n_1} \binom{n_1}{w} c_1^w (1 - c_1)^{n_1-w} \quad (4)$$

これらを用いて，誤り訂正後の誤り率 $P_e^{(c)}$ は次式で与えられる [4]．^(c) は誤り訂正後を示している．

$$P_e^{(c)} = \frac{p_{IS}}{L} \sum_{i=1}^L \frac{e_i^*}{N} \quad (5)$$

一般的に $10/P_e^{(c)}$ の試行回数が必要とされる MC 法での誤り率評価は試行回数が膨大となり，現実的な時間内で評価可能な誤り率は 10^{-6} 程度までである．MC 法と IS 法で求めた接続符号 RS(255, 239) \times BCH(255, 223) の誤り率を図 4 に示す．図 4 から分

かるように、誤り率が 10^{-6} より大きい領域で IS 法と MC 法による結果が一致している。誤り率 10^{-6} より小さい領域における誤り率は単調に変化しており、誤り率 10^{-6} 程度まで合っていれば、IS 法により求めた誤り率に信頼性のあることが確認できる。しかし、IS 法であっても計算時間は長く、図 4 の場合は、誤り率 10^{-15} 近傍の値を求めるのに、一点当り 2~3 日、後述の 2 回繰返し硬判定復号では 4~5 日の計算時間を要する (Pentium 3, 700 MHz)。

また、誤訂正によるエラーフロアがあることが危惧されるが、MC 法及び IS 法では誤訂正の影響も含めており、表 1 に示した符号に対して、IS 法での結果にエラーフロアは発生しなかった。

以降では IS 法を用いたシミュレーションで求めた誤り率を基準とし、数値計算で求めた誤り率の精度を議論するが、表 1 に示した符号すべての場合について、上記の意味で MC 法による結果と一致していることを確認している。

4. 単純な硬判定復号の誤り率

繰返し復号を行わない単純な硬判定復号では、受信符号の各列に対し t_2 個までの誤りを訂正し、その結果の各行に対し t_1 個までの誤り訂正を行う。この場合に対し、一次元符号の誤り訂正後の誤り確率 $p^{(c)}$ を与える次式の適用を考える [1], [2]。

$$p^{(c)} = \sum_{w=t_i+1}^{n_i} \frac{w}{n_i} \binom{n_i}{w} p^w (1-p)^{n_i-w} \quad (6)$$

これは誤りがランダムに起こるという仮定のもとに成り立つ。なお、RS 符号は $m (= \log_2(n_i + 1))$ ビットで構成されるシンボル単位で符号/復号化を行うため、

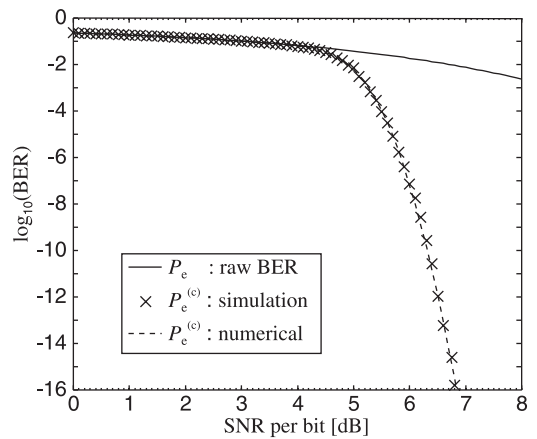
$$\text{SER} = 1 - (1 - \text{BER})^m \quad (7)$$

を用い、シンボル誤り率 (SER : symbol error rate) とビット誤り率 (BER : bit error rate) との変換を行う [2]~[4]。

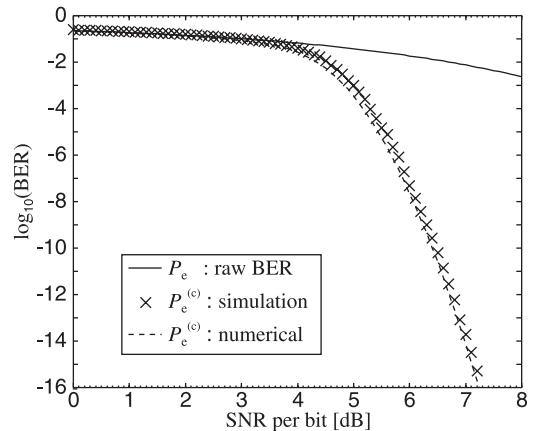
RS² への式 (6) の適用は以下ようになる。まず、式 (1) で求めた誤り訂正前の受信誤り率 P_e を式 (7) により SER に変換する。その SER を式 (6) の p に代入し、受信符号の各列に対し t_2 個までの誤り訂正後、すなわち内符号の誤り訂正後の誤り確率 $p^{(c)}$ が求まる。そして、その $p^{(c)}$ を再度式 (6) の p に代入すると、受信符号の各行に対し t_1 個までの誤り訂正後

の誤り確率、すなわち外符号の誤り訂正後の誤り確率 $p^{(c)}$ が求まる。この $p^{(c)}$ を式 (7) により BER に変換する。このようにして、接続符号の誤り訂正後の誤り率 $P_e^{(c)}$ が得られる。RS × BCH の場合は、最初の式 (7) による SER への変換を、2 回目の式 (6) への代入前に変更するだけである。

上記の手順で求めた、RS(31, 21)² 及び RS(31, 21) × BCH(31, 21) の誤り訂正後の誤り率と、IS 法を用いたシミュレーションによる誤り率とを図 5 に示す。図 5 より、シミュレーションで求めた結果と数値計算で求めた結果が 0.1 dB 以内で一致しているため、単純な硬判定復号による誤り訂正後の誤り率は、式 (6) を 2



(a)



(b)

図 5 単純な硬判定復号による誤り率。実線：受信誤り率，×：IS 法，破線：数値計算。(a) RS(31, 21)²，(b) RS(31, 21) × BCH(31, 21)

Fig. 5 BERs before/after the simple hard decision decoding; solid line: raw BER, ×: IS method, dashed line: numerical calculation. (a) RS(31, 21)², (b) RS(31, 21) × BCH(31, 21).

回用いて求めることが可能である．表 1 に示した他の符号に対しても同様の結果が得られた．式 (6) を 2 回用いる場合，最も長い符号長である RS(511, 493)² でも約 100 ms 以下であり，シミュレーションに比べ，速く計算できる．

5. 繰返し硬判定復号の誤り率

5.1 繰返し硬判定復号における数値計算の誤差

繰返し硬判定復号では，4. で述べた単純な硬判定復号を複数回実行する [4]．基本的に単純な硬判定復号と同様のハードウェア構成を用いて，単純な硬判定復号に対して性能利得を得ることができる．

繰返し回数 1~3 回^(注1)に対する RS(31, 21)² の誤り訂正後の誤り率のシミュレーション結果を図 6 に示す．図 6 より，3 回目の繰返しで得られる性能利得はわずかであるため，以下，繰返し回数は 2 回とする．

繰返し硬判定復号の数値計算による誤り率は，図 7 のように求める．4. と同様に式 (6) を 2 回適用して得られた結果を，連接符号の誤り訂正後の誤り率とし，この処理を所定回数だけ繰返す．

IS 法を用いたシミュレーション及び本数値計算法により求めた RS(31, 21)² の誤り率を，図 8 に示す．シミュレーションによる誤り率と比べ 0.5~0.6 dB 程度の誤差が生じる．これは，誤り率 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ となるべきところを 10^{-16} としてしまうことに対応する．

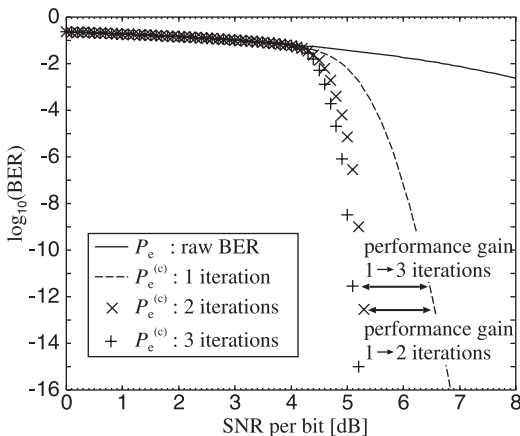


図 6 RS(31, 21)² の繰返し硬判定復号の繰返し回数と誤り率．実線：受信誤り率，破線：繰返し 1 回，×：繰返し 2 回，+：繰返し 3 回

Fig. 6 BERs after the iterative hard-decision decoding as a function of number of iterations in the case of RS(31, 21)². Solid line: raw BER, dashed line: 1 iteration, ×: 2 iterations, +: 3 iterations.

表 1 の他の符号では，符号長 n が長くなるにつれ誤差は小さくなる．これは，符号サイズが大きくなるにつれて符号のランダム度が高くなり，式 (6) が適用できる状況に近づくためと考えられる．

以下ではシミュレーションで求めた真値を数値計算により導出する方法を検討する．

5.2 “しきい値”補正による誤差低減

図 8 において，式 (6) を 2 回適用した誤り率と，IS 法を用いたシミュレーションによる誤り率とが平行移動に近い関係に見えるので，誤り訂正の効果が現れ，符号の誤り率特性を決定する“しきい値”を補正すればよいと考えた． \mathcal{E}_b/N_0 が大きくなり，ある値を超えると誤り訂正の効果が現れ，誤り率が急激に改善する．この \mathcal{E}_b/N_0 の値をしきい値と呼ぶ．図 9 に示すように，数値計算とシミュレーションではしきい値が異なるため，しきい値より大きな \mathcal{E}_b/N_0 の領域における

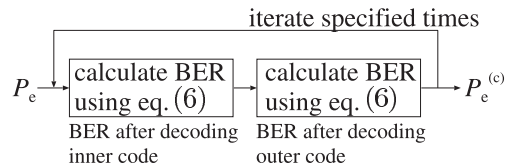


図 7 繰返し硬判定復号における数値計算による誤り率の導出法

Fig. 7 Numerical calculation method of BER for the iterative hard decision decoding.

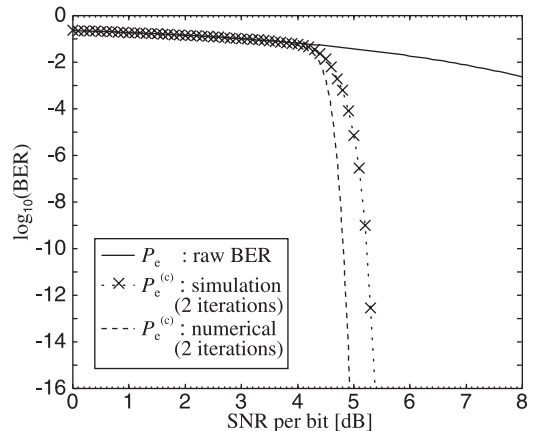


図 8 RS(31, 21)² の繰返し硬判定復号 (2 回) を行った誤り率．実線：受信誤り率，×：IS 法，破線：数値計算

Fig. 8 BERs after 2 iterative hard-decision decoding in the case of RS(31, 21)². Solid line: raw BER, ×: IS method, dashed line: numerical calculation.

(注 1)：繰返し回数 1 回は，4. の単純な硬判定復号のことである．

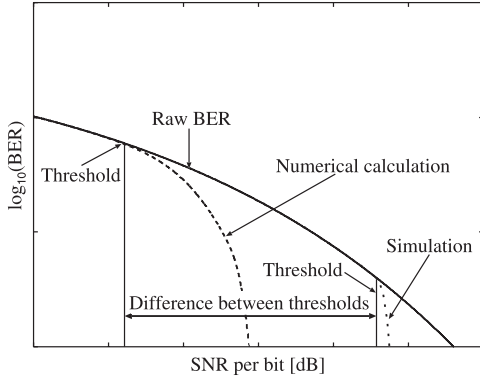


図 9 しきい値のずれ
Fig. 9 Difference between thresholds.

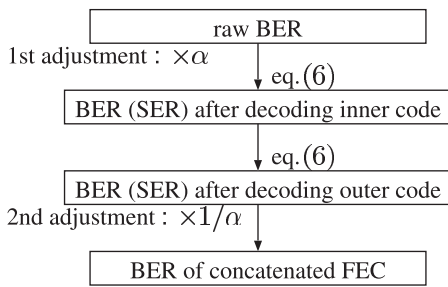


図 10 しきい値の補正
Fig. 10 A threshold adjustment.

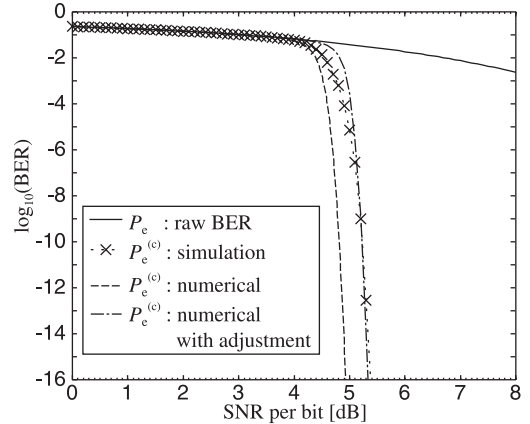
誤り率特性が異なっているだけである。

数値計算では、ある誤り率に対して誤り訂正後の誤り率が決まる。よって、誤り率の値そのものを小さくしてやれば、しきい値は小さくなる。そこで、受信誤り率 P_e に補正定数 α を掛けて $P_e' = \alpha P_e$ のようにすることで、数値計算におけるしきい値をシミュレーションにおけるしきい値に近づけ、誤り訂正後の誤り率を求める。なお、誤り訂正後において、しきい値より小さい \mathcal{E}_b/N_0 の領域における誤り率 $P_e^{(c)'}$ は、 α で補正された影響を直接受けているため、最後に、 $P_e^{(c)'}/\alpha$ とすることで影響を取り除く。この処理の流れを図 10 に示す。補正定数 α は誤差が最小となるように決める。

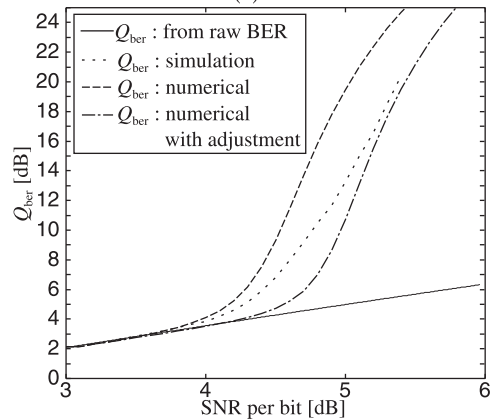
補正定数 α を導入し、図 10 に示す手順で求めた連接符号 RS(31, 21)² の誤り率と Q 値を図 11 に示す。 Q 値は、式 (8) を用いて誤り率 $P_e^{(c)}$ から Q_{ber} に変換し、 $20 \log_{10} Q_{\text{ber}}$ によって dB 単位で示す。

$$Q_{\text{ber}} = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left(2P_e^{(c)} \right) \quad (8)$$

図 11 に示されるように、誤り率 $10^{-1} \sim 10^{-6}$ の範囲で誤差が生じるが、光ファイバ通信では 10^{-12} 以下の誤り率が必要であるため、 10^{-6} より小さい領域で正確



(a)



(b)

図 11 RS(31, 21)² の 2 回繰返し硬判定復号でのしきい値補正前後の特性。(a) 誤り率、(b) Q 値

Fig. 11 Performance before/after the threshold adjustment in the case of the 2-iterative hard decision decoding of RS(31, 21)². (a) BER, (b) Q -factor.

であれば実用上問題はない。0.5 ~ 0.6 dB あったシミュレーション結果との誤差が 0.1 dB 以下に低減する。

表 1 に示した他の符号に対しても同様の計算を行った。RS² において、符号系列長 $n = 2^m - 1$ ごとの補正定数 α を図 12 に示す。これらをフィッティングした結果

$$\alpha = a m^b + 1 \quad (9)$$

も図 12 に示す。RS×BCH の場合も含め、式 (9) のパラメータ a, b を表 2 に示す。5.1 で述べたように、符号長 n が長くなるほど、式 (6) を用いた数値計算法の誤差が小さくなるので、図 12 のように符号サイズが大きくなるほど、 α の値は 1 に近づく。つまり、符

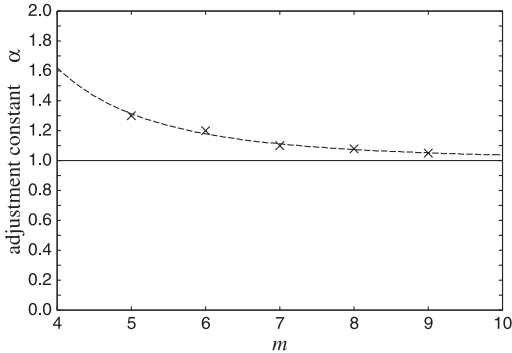


図 12 RS^2 における m に対する補正定数 α (×) とフィッティング結果 (破線)

Fig. 12 Adjustment constants α as a function of m for RS^2 (×), and a fitted curve (dashed line).

表 2 近似関数 (9) のパラメータ

Table 2 Coefficients of the fitted function.

	a	b
RS×RS	43.76	-3.07
RS×BCH	10.33	-1.71

号サイズ n が大きい場合にはしきい値補正は不要となる。

6. むすび

RS 符号や BCH 符号で構成される接続符号の誤り訂正後の誤り率を、数値計算により高速・高精度に求める手法を示した。硬判定復号では、一次元 FEC の誤り率を求める式 (6) を 2 回用いることで、誤り訂正後の誤り率が導出可能であることを示した。また、符号サイズの小さい接続符号を繰返し硬判定復号する場合、しきい値を補正することで誤り訂正後の誤り率が導出可能であることを示した。しかし、エラーフロアが発生した場合は、数値計算による誤り率曲線の当該部分は再現不可能となることに注意が必要である。

本論文では DPSK についての結果を示したが、変復調方式が異なった場合、 \mathcal{E}_b/N_0 に対する受信誤り率の振舞いが変わるだけである。式 (6) を用いた数値計算及び補正法は、ある \mathcal{E}_b/N_0 において、受信誤り率から誤り訂正後の誤り率への変換という形で二つの値を対応づけるだけであるので、(D) QPSK を含む、異なる変復調方式でも同様のことが可能と考える。

文 献

- [1] T. Mizuochi, "Recent progress in forward error correction for optical communication systems," IEICE Trans. Commun., vol.E88-B, no.5, pp.1934-1946, May 2005.
- [2] ITU-T Recommendation G.975, Oct. 2000.
- [3] ITU-T Recommendation G.975.1, Feb. 2004.
- [4] T. Yamane and Y. Katayama, "Bit error rate analysis on iterative two-stage decoding of two dimensional codes by importance sampling," Proc. 2003 ICC, pp.3140-3144, Anchorage, USA, May 2003.
- [5] M.C. Jeruchim, "Techniques for estimating the bit error rate in the simulation of digital communication systems," IEEE J. Sel. Areas Commun., vol.2, no.1, pp.153-170, Jan. 1984.
- [6] A.H. Gnauck and P.J. Winzer, "Optical phase-shift-keyed transmission," IEEE/OSA J. Lightwave Technol., vol.23, no.1, pp.115-130, Jan. 2005.
- [7] P.J. Winzer and R.-J. Essiambre, "Advanced optical modulation formats," Proc. IEEE, vol.94, no.5, pp.952-985, May 2006.
- [8] 鮫島清豪, 乗松誠司, "光二相差動位相変調方式の理論限界における誤り率," 信学論 (B), vol.J92-B, no.1, pp.20-30, Jan. 2009.
- [9] M. Abramowitz and I.A. Stegun, eds., Handbook of Mathematical Functions, Dover, NY, 1965.
- [10] I.S. Reed and G. Solomon, "Polynomial codes over certain finite fields," SIAM J. Appl. Math., vol.8, no.2, pp.300-304, June 1960.
- [11] R.C. Bose and D.K. Ray-Chaudhuri, "On a class of error correcting binary group codes," Inf. Control, vol.3, no.1, pp.68-79, March 1960.
- [12] D. Torrieri, "The information-bit error rate for block codes," IEEE Trans. Commun., vol.32, no.4, pp.474-476, April 1984.

(平成 21 年 5 月 22 日受付, 9 月 16 日再受付)



鮫島 清豪 (正員)

平 21 京大大学院情報学研究所・通信情報システム専攻・修士課程了。在学中は前方誤り訂正符号を適用した光二相差動位相変調方式に関する研究に従事。



乗松 誠司 (正員)

昭 60 阪大・理・物理卒。昭 62 同大学院博士前期課程了。同年日本電信電話(株)入社。平 10 京大大学院情報学研究所・通信情報システム専攻助教授、現在に至る。主として光コヒーレント受信を含む光ファイバ通信方式、光ファイバ非線形効果の研究に従事。博士(工)。日本物理学会、IEEE 各会員。