

レーダによる単一目標追尾法の現状と将来

小菅 義夫[†]

Current Status and Future of Single Target Tracking Methods Using Radar

Yoshio KOSUGE[†]

あらまし 追尾フィルタは、センサから得られる観測誤差を含んだ航空機などからの目標位置観測値をもとに、目標の位置、速度などの真値を推定するアルゴリズムである。追尾フィルタの代表例は、線形最小二乗フィルタ、 α - β フィルタ、等速直線運動モデルを使用したカルマンフィルタである。本論文では、これら各種追尾フィルタについて概説する。また、設計パラメータが所要追尾性能より直接決定できる、新たな追尾手法である NP フィルタについて述べる。

キーワード 追尾フィルタ、レーダ、 α - β フィルタ、カルマンフィルタ

1. ま え が き

レーダによる目標追尾とは、空間を移動する航空機などの目標からの観測値をもとに、デジタル処理により目標の位置・速度などを推定し、この推定結果をもとに次サンプリング時刻の観測値を目標から得ることである [1] ~ [10]。このデジタル処理を、追尾フィルタと呼ぶ。追尾フィルタの役割は、レーダ観測値より、観測雑音を抑圧し目標の位置・速度などの真値を推定することである。なお、追尾フィルタの出力で実際に使用するのは、次サンプリング時刻に対する目標位置予測値及びレーダでは直接は観測できない速度などである。なお、位置情報を観測するセンサは、すべて追尾フィルタの対象となる。

ところで、最新サンプリング時刻に対する推定値を追尾フィルタでは平滑値 (smoothed value) と呼ぶ。一方、一般的な推定論では、フィルタ値 (filtered value) と呼ぶ。この違いは、一般的な推定論とは異なり、追尾フィルタが α - β フィルタを中心に発展してきたため、この用語を踏襲しているためである。

本論文は、レーダによる単一目標追尾に関し、直感的に理解しやすい線形最小二乗フィルタより始め、実用例の多い α - β フィルタを解説した後、等速直線運動モデルを使用したカルマンフィルタについて解説する。

なお、サーベイ論文である文献 [1] から、 α - β フィルタは 1960 年前後、カルマンフィルタを使用した追尾フィルタは 1965 年前後に開発が始まったと推定される。1970 年には、カルマンフィルタから導出される α - β フィルタが報告されている [5]。ところで、カルマンフィルタを使用する場合でも、 α - β フィルタは性能評価算出式が既知のため、初期設計や性能解析に有効である [2]。つまり、カルマンフィルタは、設計パラメータの選択が難しい。

このため、設計パラメータが所要追尾性能より直接決定できる、2007 年に報告された NP (Non Process noise) フィルタについて述べる [11]。

なお、以上で述べたいずれの追尾フィルタも、現在なお種々の改良が行われている。

2. レーダによる目標追尾

2.1 追尾レーダによる目標追尾

追尾レーダによる単一目標追尾では、電波を目標に照射し続け、精密な目標の位置及び速度を推定する。この場合、アンテナと目標を結ぶ直線がビーム中心に一致するように、アンテナを機械的に制御する方式が多い。また、サンプリング間隔は 100 ms 程度である。

2.2 搜索レーダによる目標追尾

アンテナ回転により広範囲の空間を搜索するレーダでは、回転ごとに多数の目標から観測値が得られる。しかし、目標が互いに十分離れていれば、目標ごとに時分割で、単一目標の追尾を行えばよい。また、サン

[†] 長崎大学工学部, 長崎市
Faculty of Engineering, Nagasaki University, 1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, 852-8521 Japan

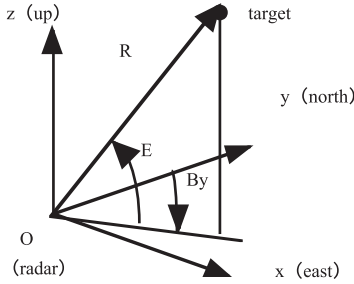


図 1 北基準直交座標と極座標
Fig.1 North east up coordinates and polar coordinates.

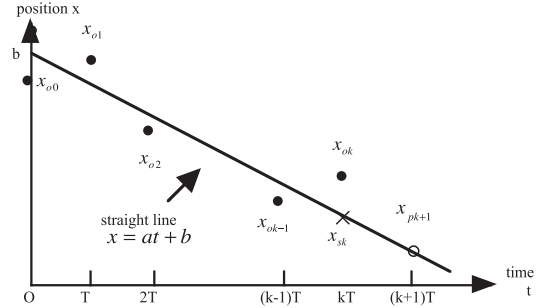


図 2 直線近似
Fig.2 Straight line approximation.

リング間隔は 1s 程度以上である。なお、狭い空間に多数の目標が存在する場合、どの観測値がどの目標から得られたかを判定する相関処理が必要である。多数の目標を時分割ではなく、同時に追尾処理する手法として、JPDA (Joint Probabilistic Data Association) や MHT (Multiple Hypothesis Tracking) が開発されている [2], [3]。

2.3 座標系

(1) 北基準直交座標

図 1 のように、レーダを原点、東を x 軸の正、北を y 軸の正、水平面 ($x-y$ 面) に垂直で上方を z 軸の正にとった直交座標を「北基準直交座標」と呼ぶ。北基準直交座標は、目標運動の記述に便利である。

(2) 極座標

図 1 のように、レーダより目標までの距離を R 、水平面より目標までの仰角を E 、水平面内で北方向より目標までの方位角を By とした座標を「極座標」と呼ぶ。極座標は、レーダによる目標観測位置及びその誤差を記述するのに便利である。しかし、等速直線運動を記述するためにも非線形項 (距離の時間 2 回微分値、角加速度など) を考える必要があり、目標運動の記述には不便である。なお、北基準直交座標 $(x, y, z)^T$ と極座標 $(R, E, By)^T$ の間には、次の関係がある。ここで、 \underline{a}^T は、ベクトル \underline{a} の転置行列を示す。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos E \sin By \\ R \cos E \cos By \\ R \sin E \end{pmatrix} \quad (1)$$

3. 追尾フィルタ

ここでは、等速直線運動モデルを使用した追尾フィルタについて述べる。

3.1 線形最小二乗フィルタ

目標が一次元空間で等速直線運動を行っているすると、目標の速度を一定値 a 、時刻 0 での目標の位置を b とすれば、時刻 t での目標位置の真値 $x(t)$ は次式となる。

$$x(t) = at + b \quad (2)$$

ここで、サンプリング間隔は一定値 T とする。この場合、目標の軌跡は直線と仮定して、現在及び過去のサンプリング時刻 iT ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) における $k+1$ 個の目標位置観測値をもとに最小二乗法により、目標の運動諸元が算出できる。図 2 は、横軸を時刻 t 、縦軸を目標位置 x として、目標が等速直線運動を行っているとした場合の目標位置観測値 x_{oi} ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) (図中、●印) を表している。この場合、直線の傾きは目標速度の推定値、現時刻 kT での直線上の点は目標位置平滑値 x_{sk} (図中、×印)、現時刻より 1 サンプリング後の時刻 $(k+1)T$ での直線上の点は目標位置予測値 x_{pk+1} (図中、○印) を表す。すなわち、最小二乗法により直線を引くことは、一種のデジタルフィルタとみなせる。以後、このデジタルフィルタを線形最小二乗フィルタと呼ぶ。なお、 a 及び b は、

$$S(a, b) = \sum_{i=0}^k \{x_{oi} - (aiT + b)\}^2 \quad (3)$$

として、次式を解いて算出される。

$$\frac{\partial}{\partial a} S(a, b) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial b} S(a, b) = 0 \quad (4)$$

3.2 α - β フィルタ

(1) 定義

サンプリング間隔は一定値 T とし、サンプリング時刻を $t_k = kT$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) とする (以後、時刻 t_k

と呼ぶ).すると, α - β フィルタは, 時刻 t_k における目標位置平滑値を x_{sk} , 予測値を x_{pk} , 観測値を x_{ok} , 目標速度の平滑値を \dot{x}_{sk} , 予測値を \dot{x}_{pk} , 位置のゲインを α_k , 速度のゲインを β_k としたとき, 以下の式 (5) ~ (8) で定義される.

$$x_{sk} = x_{pk} + \alpha_k(x_{ok} - x_{pk}) \quad (5)$$

$$\dot{x}_{sk} = \dot{x}_{sk-1} + \beta_k/T \cdot (x_{ok} - x_{pk}) \quad (6)$$

$$x_{pk} = x_{sk-1} + T \cdot \dot{x}_{sk-1} \quad (7)$$

$$\dot{x}_{pk} = \dot{x}_{sk-1} \quad (8)$$

ところで, x_{pk} は推定誤差, x_{ok} は観測雑音 (観測誤差) を含む. 式 (5) は, 誤差を含む x_{pk} と x_{ok} を内分する点に x_{sk} を算出していることを示す.

次に, 式 (8) は, 式 (7) より, 次式となる.

$$\dot{x}_{pk} = (x_{pk} - x_{sk-1})/T \quad (9)$$

一方, 直接は観測できない目標速度の観測値 \dot{x}_{ok} を, 式 (9) を参考に, 次式で定義する.

$$\dot{x}_{ok} = (x_{ok} - x_{sk-1})/T \quad (10)$$

この結果, 式 (6) は, 式 (8) ~ (10) より, 次式となる. 次式は式 (5) と同一の発想で定義されている.

$$\dot{x}_{sk} = \dot{x}_{pk} + \beta_k(\dot{x}_{ok} - \dot{x}_{pk}) \quad (11)$$

なお, 線形最小二乗フィルタは, α - β フィルタの一種と考えられ, ゲインは, 次式に示すサンプリング回数 k の関数となる.

$$\alpha_k = \frac{2(2k+1)}{(k+1)(k+2)} \quad (1 \leq k) \quad (12)$$

$$\beta_k = \frac{6}{(k+1)(k+2)} \quad (1 \leq k) \quad (13)$$

ここで, 初期値は, 次式である.

$$x_{s0} = x_{o0}, \quad \dot{x}_{s0} = 0, \quad x_{p1} = x_{o0} \quad (14)$$

(2) 安定性

次のように, 有界の定義を使用してデジタルフィルタの安定を定義する [12].

(有界の定義) デジタル信号 a_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) は, ある定数 M が存在して, $|a_k| < M$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) を満たすとき, 有界である.

(安定の定義) すべての有界な入力信号に対して出力信号が有界のとき, デジタルフィルタは安定である.

次の性質は, 特性根を算出せずに, α - β フィルタの安定判別を行う方法を示す [7] ~ [10].

(性質 1) α - β フィルタの位置及び速度のゲインは, それぞれ定数 α, β とする. このとき, α - β フィルタが安定であるための必要十分条件は, 次式が成立することである.

$$0 < \alpha \quad \text{and} \quad 0 < \beta < 4 - 2\alpha \quad (15)$$

(3) 定常追従誤差 (追従性能の評価指標)

観測雑音が 0, すなわち目標位置の真値が入力されるとして時刻 t_k における追従誤差 e_k を次式で表す.

$$e_k = x_{ok} - x_{pk} \quad (16)$$

追従誤差は, 目標運動に追尾フィルタが追従できない度合を表すバイアス性の誤差である. なお, 追従誤差が大きいと, 目標予測位置に電波を放射しても, 目標から反射波が得られず, 追尾維持ができなくなる. 式 (16) を使用して, 定常追従誤差を次式で表す.

$$e_{fin} = \lim_{k \rightarrow \infty} e_k \quad (17)$$

次の性質より, α - β フィルタの追従性能向上は, サンプリング間隔を縮めるか目標速度のゲイン β を大きくすれば実現できる [7], [9], [10].

(性質 2) 安定な α - β フィルタに一定加速度の真値 a_c が入力されたときの, 定常追従誤差 e_{fin} は次式となる.

$$e_{fin} = a_c / \beta \cdot T^2 \quad (18)$$

(4) 定常誤差の分散 (平滑性能の評価指標)

時刻 t_k における目標位置予測誤差の分散 σ_{pk}^2 を次式で表す. なお, $E[\cdot]$ は平均, x_k は時刻 t_k における目標位置の真値を表す.

$$\sigma_{pk}^2 = E[(x_{pk} - x_k)^2] \quad (19)$$

式 (19) を使用して, 目標位置予測値の定常誤差の分散 σ_p^2 を次式で定義する. σ_p^2 は追尾フィルタの平滑性能の指標であるランダム性の誤差の大きさである.

$$\sigma_p^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_{pk}^2 \quad (20)$$

式 (15) より, 次式の σ_p^2 は α - β フィルタが安定であるとき正の意味をもつ [7], [9], [10].

(性質 3) 安定な α - β フィルタの等速直線運動目標に対する σ_p^2 は, 次式で表される. なお, x_{ok} の誤差は

白色で (すなわち, x_{ok} の誤差は自分自身以外と無相関), その分散は一定値 B とする.

$$\sigma_p^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\beta + \alpha\beta}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} B \quad (21)$$

(5) ゲイン α と β の関係

追尾フィルタでは, 追従性能である加速度をもつ目標の追尾維持能力と, 平滑性能である等速直線運動の目標に対する追尾精度は両立しない.

ところで, α - β フィルタを使用する場合, 設計パラメータは, ゲイン α と β である. この場合, どちらか一方のみで設計ができれば便利である.

・MV (Minimum Variance) フィルタ

MV フィルタは, 式 (18) の値が一定 (β が一定と等価) との条件のもとで, 式 (21) の値を最小とする α - β フィルタであり, 式 (21) をゲイン α で偏微分し 0 として次式を得る [9]. すなわち, 追尾性能の異なる二つの評価指標 (追従性能と平滑性能) の一方を固定し, 他方を最適化した α - β フィルタである. なお, MV フィルタは, $0 < \beta < 4$ のとき安定である.

$$\alpha = -\beta/2 + \sqrt{\beta} \quad (22)$$

3.3 干渉形フィルタと非干渉形フィルタ

α - β フィルタを使用して三次元空間の追尾を行うには, x, y, z 軸ごとに, α - β フィルタが 3 個必要である. これをベクトル表示すれば, 式 (5)~(8) より, 以下ようになる.

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k(z_k - H\hat{x}_k(+)) \quad (23)$$

$$\hat{x}_k(-) = \Phi\hat{x}_{k-1}(-) \quad (24)$$

なお, $\text{diag}\{a_{11}, a_{22}, a_{33}\}$ は対角成分を a_{11}, a_{22}, a_{33} とする対角行列, I は単位行列とすれば,

$$\hat{x}_k(+) = (x_{sk}, y_{sk}, z_{sk}, \dot{x}_{sk}, \dot{y}_{sk}, \dot{z}_{sk})^T \quad (25)$$

$$\hat{x}_k(-) = (x_{pk}, y_{pk}, z_{pk}, \dot{x}_{pk}, \dot{y}_{pk}, \dot{z}_{pk})^T \quad (26)$$

$$z_k = (x_{ok}, y_{ok}, z_{ok})^T \quad (27)$$

$$K_k = \begin{pmatrix} K_{k1} \\ K_{k2} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$K_{k1} = \text{diag}\{\alpha_{kx}, \alpha_{ky}, \alpha_{kz}\} \quad (29)$$

$$K_{k2} = \text{diag}\{\beta_{kx}/T, \beta_{ky}/T, \beta_{kz}/T\} \quad (30)$$

$$H = \begin{pmatrix} I & 0I \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} I & (t_k - t_{k-1})I \\ 0I & I \end{pmatrix} \quad (32)$$

である.

ここで, 式 (29) 及び (30) のように, 位置及び速度のゲイン行列が対角行列, すなわち, x, y, z 軸ごとに独立に三次元空間の追尾を行う追尾フィルタを非干渉形フィルタ (decoupled filter) という. しかし, 式 (1) で示したように, レーダが観測する R, E, B, y の誤差は, x, y, z 軸に影響する. このことを考慮し, x, y, z 軸間で観測雑音に相関があるとして, 位置及び速度のゲイン行列が対角行列ではないとした追尾フィルタを干渉形フィルタ (fully coupled filter) という.

3.4 カルマンフィルタ

三次元空間の追尾を干渉形フィルタで実現できるカルマンフィルタは, 目標の運動モデル, レーダの観測モデル及び初期値を定めれば, ゲイン行列が自動的に算出される.

(1) 等速直線運動モデル

北基準直交座標での三次元空間での等速直線運動モデルを次式で定義する.

$$\underline{x}_k = \Phi\underline{x}_{k-1} + \Gamma_1\underline{w}_{k-1} \quad (33)$$

ここで,

・ \underline{x}_k は時刻 t_k における目標位置ベクトル $(x_k, y_k, z_k)^T$ 及び目標速度ベクトル $(\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)^T$ の真値を表す北基準直交座標での六次元の状態ベクトルで,

$$\underline{x}_k = (x_k, y_k, z_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)^T \quad (34)$$

・ Φ は, 式 (32) の時刻 t_{k-1} より t_k への状態ベクトルの推移行列,

・ \underline{w}_k は平均 0 の北基準直交座標での目標運動のあいまいさを示す白色の三次元の駆動雑音ベクトルで, その誤差共分散行列は Q_k , すなわち,

$$E[\underline{w}_k] = \underline{0} \quad (35)$$

$$E[\underline{w}_k\underline{w}_j^T] = \begin{cases} Q_k & (k = j) \\ 0I & (k \neq j) \end{cases} \quad (36)$$

・ Γ_1 は \underline{w}_k の変換行列である.

ここで, 式 (35) は, 目標の運動は平均的には等速直線を表す. Q_k は, 運動モデルのあいまいさの大きさを表す. また, 式 (36) は, 異なる時刻の運動モデルのあいまいさは無相関を表す. なお, 式 (33) において,

・ 等速直線運動モデルにあいまいさがなかった場合,

$$\underline{w}_k = \underline{0} \quad (37)$$

・目標速度ベクトルが一定値を中心にふらつくとした場合、 \underline{w}_k は速度ベクトルであり、

$$\Gamma_1 = \begin{pmatrix} TI \\ I \end{pmatrix} \quad (38)$$

・目標加速度が零ベクトルを中心にふらつくとした場合、 \underline{w}_k は加速度ベクトルであり、

$$\Gamma_1 = \begin{pmatrix} T^2/2I \\ TI \end{pmatrix} \quad (39)$$

である。

(2) 観測モデル

極座標で得られるレーダの目標位置観測ベクトルを北基準直交座標で表現した観測モデルを次式で定義する。

$$\underline{z}_k \approx H\underline{x}_k + \Gamma_2(k)\underline{v}_k \quad (40)$$

ここで、

・ \underline{z}_k は時刻 t_k におけるレーダによる北基準直交座標での目標位置観測ベクトル、

・ H は、状態ベクトル \underline{x}_k より目標位置ベクトルのみ取り出すことを表す式 (31) の 3×6 の観測行列、

・ \underline{v}_k は平均 0 で共分散行列 A_k の三変量白色正規分布に従う時刻 t_k における極座標による三次元の観測雑音ベクトルである。すなわち

$$E[\underline{v}_k] = 0 \quad (41)$$

$$E[\underline{v}_k \underline{v}_j^T] = \begin{cases} A_k & (k = j) \\ 0I & (k \neq j) \end{cases} \quad (42)$$

で、距離 (R)、仰角 (E)、方位角 (By) の観測雑音の分散をそれぞれ $\sigma_R^2(k)$ 、 $\sigma_E^2(k)$ 、 $\sigma_{By}^2(k)$ としたとき、

$$A_k = \text{diag}\{\sigma_R^2(k), \sigma_E^2(k), \sigma_{By}^2(k)\} \quad (43)$$

・ $\Gamma_2(k)$ は \underline{v}_k の変換行列で、時刻 t_k における目標位置の極座標による真値を $\underline{y}_k = (R_k, E_k, By_k)^T$ としたとき、 \underline{v}_k は微小量より線形近似を行い、式 (1) より、次式を得る [8]。

$$\Gamma_2(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial R}(\underline{y}_k) & \frac{\partial x}{\partial E}(\underline{y}_k) & \frac{\partial x}{\partial By}(\underline{y}_k) \\ \frac{\partial y}{\partial R}(\underline{y}_k) & \frac{\partial y}{\partial E}(\underline{y}_k) & \frac{\partial y}{\partial By}(\underline{y}_k) \\ \frac{\partial z}{\partial R}(\underline{y}_k) & \frac{\partial z}{\partial E}(\underline{y}_k) & \frac{\partial z}{\partial By}(\underline{y}_k) \end{pmatrix} \quad (44)$$

ここで、例えば、 $\frac{\partial x}{\partial R}(\underline{y}_k)$ は、式 (1) の x を R で偏微分した結果の \underline{y}_k での値、 $\cos E_k \sin By_k$ である。

なお、式 (43) の非対角要素が 0 は、距離、仰角、方位角の観測雑音は無相関を表す。また、式 (42) は、異なる時刻の観測雑音は無相関を表す。ここで、 $\Gamma_2(k)\underline{v}_k$ は北基準直交座標での観測雑音ベクトルである。

また、観測雑音ベクトルと駆動雑音ベクトルは無相関とし、次式を仮定する。

$$E[\underline{v}_k \underline{w}_i] = 0I \quad (45)$$

(3) 推定誤差共分散行列

カルマンフィルタは、次式で定義される予測誤差共分散行列 $P_k(-)$ と平滑誤差共分散行列 $P_k(+)$ を算出しながらゲイン行列 K_k を算出する。

$$P_k(-) = E[(\hat{\underline{x}}_k(-) - \underline{x}_k)(\hat{\underline{x}}_k(-) - \underline{x}_k)^T] \quad (46)$$

$$P_k(+)= E[(\hat{\underline{x}}_k(+)-\underline{x}_k)(\hat{\underline{x}}_k(+)-\underline{x}_k)^T] \quad (47)$$

式 (23)、(24) に、観測モデル及び運動モデルの設定法を使用して、次式を得る [13],[14]。

$$P_k(-) = \Phi P_k(+)\Phi^T + \Gamma_1 Q_{k-1} \Gamma_1^T \quad (48)$$

$$P_k(+)= [I - K_k H] P_k(-) [I - K_k H]^T + K_k B_k K_k^T \quad (49)$$

ここで、 B_k は、次式の北基準直交座標での観測雑音共分散行列である。

$$B_k = \Gamma_2(k) A_k \Gamma_2(k)^T \quad (50)$$

(4) ゲイン行列

カルマンフィルタでは、平滑ベクトル各要素の分散の総和を最小にすることにより、ゲイン行列を算出する。すなわち、次式によりゲイン行列 K_k を算出する。なお、 $\text{tr}A$ は、対称行列 A の対角成分の和を表す。

$$\frac{\partial}{\partial K_k} \text{tr} P_k(+)= 0I \quad (51)$$

式 (49) 及び (51) より、次式を得る [13],[14]。

$$K_k = P_k(-) H^T [H P_k(-) H^T + B_k]^{-1} \quad (52)$$

ここで、式 (31)、(28) 及び (52) より、次式を得る。

$$K_{k1} = H P_k(-) H^T [H P_k(-) H^T + B_k]^{-1} \quad (53)$$

式 (53) は、一次元空間の追尾の場合、位置のゲイン $\alpha_k = K_{k1}$ (式 (29) 参照) が位置予測誤差の分散

$HP_k(-)H^T$ と位置観測誤差の分散 B_k の比であり, 0 より大きく 1 より小さい値となることを示す.

(5) 初期値

初期平滑ベクトル $\hat{x}_1(+)$ として次式を定義する.

$$\hat{x}_1(+) = \begin{pmatrix} z_1 \\ \frac{z_1 - z_0}{t_1 - t_0} \end{pmatrix} \quad (54)$$

なお, 簡単のため, サンプルング間で, 目標はあいまいさが無い等速直線運動を行うとすれば (式 (37) 参照), 観測モデルの設定法より, 次式を得る.

$$P_1(+) = \begin{pmatrix} B_1 & \frac{B_1}{t_1 - t_0} \\ \frac{B_1}{t_1 - t_0} & \frac{(B_1 + B_0)}{(t_1 - t_0)^2} \end{pmatrix} \quad (55)$$

(6) α - β フィルタとの関連

カルマンフィルタを使用した一次元空間の追尾を考察する. なお, サンプルング間隔は一定値 T , 観測雑音の分散は一定値 B とする. この場合, カルマンフィルタはゲインが予測誤差共分散行列及び観測雑音の分散より決まる α - β フィルタとなる [5], [10]. なお, 次式の関係がある.

$$K_k = \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k/T \end{pmatrix} \quad (56)$$

ただし, α - β フィルタが常にカルマンフィルタから導出されるわけではない. 例えば, 上述の MV フィルタはカルマンフィルタからは導出できない [9].

なお, 駆動雑音の設定の仕方に依り異なる α - β フィルタが得られる [5], [10]. 代表例は, 以下の 3 種である.

・線形最小二乗法

駆動雑音が 0 の場合 (式 (37) の場合), カルマンフィルタは, 線形最小二乗と等価である [5], [14].

・RV (Random Velocity) フィルタ

駆動雑音がランダムに変化する速度の場合 (式 (38) の場合), 定常状態のカルマンフィルタから次式を満たす α - β フィルタ (これを, RV フィルタと呼ぶ) が得られる [5], [10]. なお, RV フィルタは, $0 < \beta \leq 1$ のとき安定である.

$$\beta = \frac{\alpha^2}{2 - \alpha} \quad (57)$$

・RA (Random Acceleration) フィルタ

駆動雑音がランダムに変化する加速度の場合 (式

(39) の場合), 定常状態のカルマンフィルタから次式を満たす α - β フィルタ (これを, RA フィルタと呼ぶ) が得られる [5], [10]. なお, RA フィルタは, $0 < \beta < 2$ のとき安定, $\beta = 2$ のとき不安定である.

$$\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)^2 = 2\beta \quad (58)$$

3.5 NP (Non-process-noise) フィルタ

ここでは, 等速直線運動モデルを使用した追尾フィルタをサンプルング間隔は一定値 T として, 等加速度運動目標に対する定常追従誤差が一定, 駆動雑音共分散行列が零行列として, 線形フィルタで構成する方法について述べる. なお, この方法を NP フィルタと呼ぶ.

(1) 漸近安定の定義

定常状態の三次元空間追尾では, 漸近安定を次のように定義する [15]. なお, 定常ゲイン行列を K とする. (漸近安定の定義) 行列 $\Phi(I - KH)$ の固有値の絶対値がすべて 1 未満のとき漸近安定である.

(2) 定常追従誤差

一次元空間の場合 $K_2 = \beta/T$ であるので (式 (30) 参照), 次の性質は, α - β フィルタの定常追従誤差の算出式 (18) を三次元空間に拡張した結果である [16]. (性質 4) 漸近安定な三次元空間の追尾フィルタに一定の加速度ベクトルの真値 \underline{a}_c が入力されたときの, 定常追従誤差 \underline{e}_{fin} (これを, 定常加速度偏差と呼ぶ) は次式となる.

$$\underline{e}_{fin} = TK_2^{-1}\underline{a}_c \quad (59)$$

(3) ゲイン行列

性質 4 で示したように, サンプルング間隔が一定のとき, 等速直線運動モデルを使用した定常状態の追尾フィルタの定常加速度偏差一定は, 速度のゲイン行列が一定と等価である. このため, NP フィルタでは, 次式のように定数行列 K_2 を使用し, 駆動雑音共分散行列は零行列として, 位置のゲイン行列を算出する.

$$K_{k2} = K_2 \quad (60)$$

具体的には, 次式により K_{k1} を算出する [11].

$$\frac{\partial}{\partial K_{k1}} \text{tr}[mP_k(+) + (1 - m)P_{k+1}(-)] = 0I \quad (61)$$

なお, m は 0 以上で 1 以下の定数である. ここで, 例えば, $m = 1$ は平滑誤差共分散行列 $P_k(+)$ の対角成分の和を最小にする K_{k1} を導出することである.

式 (48), (49) 及び (61) より, 次式を得る [11].

$$K_{k1} = -(1-m)TK_2 + [P_k^{11}(-) + (1-m)TP_k^{12}(-)^T] \times [P_k^{11}(-) + B_k]^{-1} \quad (62)$$

ここで, 6×6 の実対称行列 $P_k(-)$ を 3×3 の行列 $P_k^{ij}(-)$ ($i, j = 1, 2$) を使用して, 次式で表す.

$$P_k(-) = \begin{pmatrix} P_k^{11}(-) & P_k^{12}(-) \\ P_k^{12}(-)^T & P_k^{22}(-) \end{pmatrix} \quad (63)$$

なお, NP フィルタでは, 駆動雑音共分散行列が零行列の仮定より, 予測誤差共分散行列は次式となる.

$$P_k(-) = \Phi P_k(+)\Phi^T \quad (64)$$

(4) α - β フィルタとの関連

定常状態の NP フィルタを使用した一次元空間の追尾法より, 次式の関係を有する α - β フィルタが得られる [11]. なお, この α - β フィルタは, $0 < \beta < 2$ のとき, 安定である.

$$\alpha = \sqrt{\beta + \frac{(1-2m)^2}{16}\beta^2 - \frac{(3-2m)\beta}{4}} \quad (65)$$

特に, $m = 1/2$ より導出した α - β フィルタは, MV フィルタと同一となる (式 (22) 参照).

3.6 性能評価指標と誤差要因

等速直線運動モデルを使用した追尾フィルタの代表的な評価指標は, 等速直線以外の運動を行う目標に対する追従性能と, 等速直線運動目標に対する平滑性能である. なお, 両性能は, 一方を良くすれば, 他方は悪くなるとの性質がある.

また, 操縦にパイロットの意思が入る航空機の追尾では, 目標の運動をあらかじめ正確に記述することは不可能である. このため, 等速直線運動モデルがよく使用される. しかし, これ以外の運動に対し, 追従誤差が生じる.

更に, レーダの観測雑音は, 目標から得られる受信電力によって, 値が異なる. したがって, 航空機がレーダに向かっていているか, 胴体を見せているかでも, 観測雑音の大きさは異なる. つまり, 航空機の形状, 進行方向, 距離などにより観測雑音の値は異なり, リアルタイムで真値を得ることは極めて困難である. 更に, 極座標の観測雑音を北基準直交座標に変換する際, 式 (40) の線形近似誤差が発生する. また, 式 (44) の値

を算出するのに, 目標位置の真値が実際には使用できない. これらも, 追尾フィルタの誤差要因である.

4. 考 察

(1) 線形最小二乗フィルタ

線形最小二乗フィルタは, α - β フィルタ及び等速直線運動モデルを使用したカルマンフィルタの一種で, 過渡応答に優れた性能を発揮する. ただし, 長時間使用すると, ゲインが小さくなりすぎ, 追従性能が著しく劣化する.

(2) α - β フィルタ

α - β フィルタは, ゲイン α 及び β がスカラであるので, 容易に制御できるうえ, 性能解析が容易 (性質 1~3 参照) で簡便であるため広く使用されている [1], [2]. また, ゲイン α あるいは β の一方を定めれば, 他方が決まる各種方法が知られている. この方法を使用すれば, 設計パラメータの選定が容易になる.

(3) カルマンフィルタ

干渉形フィルタを構築できるカルマンフィルタは, 目標の運動モデル及びレーダの観測モデルが厳密に定義できれば, 最適なフィルタとなる [13], [14].

しかし, 種々の運動を行う航空機の運動をあらかじめ精密にモデル化することは不可能である. また, 剛体である航空機の運動のあいまいさである駆動雑音は白色ではない. 更に, カルマンフィルタでは, 今のところ, ゲイン行列を追尾性能より直接決定することができない. このため, 航空機の追尾では, 駆動雑音共分散行列の大きさを試行錯誤で調整し, 所要の追尾性能を得るように設計せざるを得ない.

(4) NP フィルタ

干渉形フィルタを構築できる NP フィルタは, 駆動雑音共分散行列が零行列として, 追尾性能の指標である定常加速度偏差 (性質 4 参照) より直接ゲイン行列が決定できるため設計が容易である. しかし, 現在は, サンプリング間隔が一定のときにしか使用できないとの欠点を有する.

(5) 今後の課題

例えば, 航空管制では, 隣接するレーダの観測値を併用すれば, 追尾性能を向上させることができる. この場合, サンプリング間隔は一定とは限らない. また, 航空機の衝突予測を精密に行うには, 現時刻より数十サンプリング後の目標位置予測値の推定精度を向上させる必要がある.

このような要求にこたえるためには, 従来式 (18)

表 1 等速直線運動モデルを使用した追尾フィルタ
Table 1 Tracking filters using a constant velocity model.

	α - β フィルタ	カルマンフィルタ	NP フィルタ
初期値	式(14)	式(54), (55)	同左
予測	式(7), (8)	式(24)	同左
予測誤差 共分散行列	なし	式(48)	式(64)
平滑	式(5), (6)	式(52), (23)	式(62), (23) [式(63)参照]
平滑誤差 共分散行列	なし	式(49)	同左
設計パラ メータ	ゲイン α 及び β	駆動雑音共分散行 列	速度のゲイン 行列

の追従誤差や, 式 (21) の平滑性能以外の新しい評価指標を構築し, これを最適化する追尾フィルタの開発が必要である. また, 従来の評価指標は, サンプリング間隔が一定を前提としている. このため, この仮定が成立しない場合にも適用可能な, より便利な新たな評価指標を構築する必要がある. 更に, 設計パラメータが追尾性能の指標から決定できる α - β フィルタ及び NP フィルタをサンプリング間隔不定の場合にも適用可能とする必要がある. なお, カルマンフィルタにおいては, 追尾性能の指標から設計パラメータが決定できる手法の開発が重要である.

(6) まとめ

本論文で解説した追尾フィルタの差異を表 1 に示す.

5. む す び

本論文では, レーダによる目標追尾で重要となる各種追尾フィルタについて概説した. 具体的には, 非干渉形フィルタである線形最小二乗フィルタ, α - β フィルタ, 及び干渉形フィルタを構築できる等速直線運動モデルを使用したカルマンフィルタ, NP フィルタについて解説した.

文 献

[1] C.B. Chang and J.A. Tabaczynski, "Application of state estimation to target tracking," IEEE Trans. Autom. Control, vol.29, no.2, pp.98-108, Feb. 1984.
 [2] S.S. Blackman, Multiple Target Tracking with Radar Applications, ArtechHouse, Dedham, 1986.
 [3] P.L. Bogler, Radar Principles with Applications to Tracking Systems, John Wiley & Sons, New York, 1990.
 [4] S.S. Blackman and R. Popoli, Design and Analysis of Modern Tracking Systems, Artech House, Boston, 1999.

[5] A.W. Bridgewater, "Analysis of second and third order steady-state tracking filters," AGARD Conference Proc. no.252 Strategies for Automatic Track Initiation, pp.9-1-9-11, CA, April 1970.
 [6] P.R. Kalata, "The tracking index: A generalized parameter for α - β and α - β - γ target trackers," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.20, no.2, pp.174-182, March 1984.
 [7] A.M. Navarro, "General properties of alpha beta, and alpha beta gamma tracking filters," PHL 1977-02, Jan. 1977.
 [8] 小菅義夫, 亀田洋志, 真野清司, "レーダ追尾におけるカルマンフィルタと α - β フィルタ," 信学論 (B-II), vol.J79-B-II, no.7, pp.414-421, July 1996.
 [9] 小菅義夫, 亀田洋志, " α - β フィルタを使用したレーダ追尾における最適ゲイン," 信学論 (A), vol.J82-A, no.3, pp.351-364, March 1999.
 [10] 小菅義夫, 亀田洋志, "カルマンフィルタから導出した各種 α - β フィルタの比較," 信学論 (B), vol.J84-B, no.9, pp.1690-1700, Sept. 2001.
 [11] 小菅義夫, "定常加速度偏差一定のノン駆動雑音追尾法," 信学論 (B), vol.J90-B, no.10, pp.1028-1035, Oct. 2007.
 [12] 高橋進一, 池原雅章, デジタルフィルタ, 培風館, 東京, 1999.
 [13] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.
 [14] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.
 [15] 片山 徹, 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 東京, 1983.
 [16] 小菅義夫, 系 正義, "線形フィルタによる 3 次元空間の追尾における定常追従誤差," 信学論 (B), vol.J86-B, no.11, pp.2397-2406, Nov. 2003.

(平成 22 年 4 月 5 日受付, 5 月 14 日再受付)



小菅 義夫 (正員: シニア会員)

昭 47 早大・理工・数学卒・昭 49 同大大学院修士課程了. 同年三菱電機 (株) 入社. 以来, 単一センサ及び複数センサによる多目標追尾に関する研究開発に従事. 現在, 長崎大学工学部電気電子工学科教授. 工博. 計測自動制御学会, IEEE シニア各会員.