

EMC における伝送回路理論とその展開

上 芳夫^{†a)}

Transmission-Line Circuit Theory in EMC and Its Development

Yoshio KAMI^{†a)}

あらまし 環境電磁工学 (EMC) 分野における伝送回路理論の基礎は、伝送線路と電磁波の結合を表す変形された電信方程式である。まず、二つの定式化モデルとその関係について概説している。次にこの解方程式を伝送線路からの放射問題に展開する考え方、非平行な伝送線路間の結合問題を回路網表現へ発展させる手法を提案している。更に、通常の電信方程式を拡張することによって表現される多線条線路の解析手法や高速電力線搬送通信 (PLC) での EMC 問題に適用し、解析に有効なモード回路網を提案し、PLC モデムと電力線配線の取扱法を提示している。

キーワード EMC、電信方程式、電磁波と伝送線路の結合、多線条線路、クロストーク

1. ま え が き

電子機器の EMC (電磁整合性) を考えるとき、「電子機器が他に電磁妨害を与えず、また他からの妨害に対しても正常に動作するとき、その機器は EMC に適合している」と評価される。すなわち、電子機器はそれ自体が正常に動作し、更に EMC の適合性が要求されることである。このことから、EMC における伝送回路理論 (ここでは電信方程式を基礎とする理論をいう) では、通常の電信方程式では不十分なことが予想できる。したがって、EMC における伝送回路理論は、高周波回路で使用される通常の電信方程式を基礎とする線路理論と、電磁界中の伝送線路の動作を表現するために通常の電信方程式を変形した形式、及びこれを展開した理論が必要になってくる。

一方、昨今の電子計算機の発達には、マクスウェルの電磁界方程式を直接数値計算する手法を発達させて、電磁界解析ソルバなるソフトが市販され、用いられている。しかしながら、電信方程式及びその発展系で EMC の現象を定式化することは、一般的に現象を予測・理解できる手法であり、教科書的である。そして

特定の構造について数値計算する手法の結果を判定するためにも重要な基礎理論や知見を与えるものである。

伝送線路が外部からの電磁波を受信し、誘導電流を流す現象は 60 年代後半において初めて Taylor らによって定式化が提案された [1]。当初このモデルは定性的な説明で電信方程式に外部電磁界の項を強制項として加えたものであった。その後約 10 年経過してマクスウェルの方程式から一般化した多線条線路について定式化がなされた [2]。更に多くの研究がなされ [3], [4], 約 10 年後に Taylor らのモデルが外部電磁界と伝送線路との結合を表現していることが実験的にも示された [5]。ここでは、通常の電信方程式に強制項を加えた非同次形の微分方程式 (変形電信方程式と称する) の物理的意味と EMC 分野における展開を示す。

次の話題は、通常の電信方程式に関する EMC 分野での展開についてである。多くの場合、通常の電信方程式は回路理論の延長上で取り扱われている。伝送線路間の結合現象は EMC の分野ではクロストークと呼ばれており、古くから研究されてきた。マイクロ波回路ではこの結合現象を有効に利用しようとするものであるのに対し、EMC の分野ではこれを排除、低減しようとする対極の立場にある。最近の EMC の課題の一つとして回路基板での信号の質 (SI: signal integrity) の問題がある。配線密度が増す傾向にある回路基板では多くの配線が接近して配置されており、この評価は多線条線路解析を基礎にしなければならない。この理

[†] 電気通信大学電気通信学部情報通信工学科、調布市
Department of Information and Communication Engineering,
University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofu-
gaoka, Chofu-shi, 182-8585 Japan
a) E-mail: kami@ice.ucc.ac.jp

論を基礎として配線の励振法や端子負荷の条件を与えて EMC 的なパラメータの評価ができるものである。ここでは、これに関する若干のコメントと高速電力線搬送通信における EMC 問題への展開について述べる。

2. 変形電信方程式

伝送線路が外部電磁界にさらされているとき、伝送線路には誘導電流が流れる。この現象は外部電磁波と伝送線路との結合問題として多くの研究がなされてきた [1] ~ [5]。これは EMC の分野ではイミュニティ (Immunity) や感受性 (Susceptibility) の基本モデルである。これらの研究においては、結局のところ二つの定式化したモデルに集約される。Taylor らの定式化モデル (Taylor モデルと称する) [1] ~ [3], [5] と Agrawal らの定式化モデル (Agrawal モデルと称する) [4] である。両者の相違は TEM モードの電流が流れていると仮定しているときの線路電圧の定義の仕方である。これらについて物理的な意味を明らかにし、回路論における対応を考える。

2.1 Taylor モデルと Agrawal モデル

正弦波電磁界が伝送線路に作用して、電流を誘導するモデルを図 1 とする。完全グランド面 ($z-x$ 面) から高さ $y = h$ の位置に細くて無損失の導体線が張られた伝送線路系を考える。媒質は簡単のために空気 (透磁率 μ_0 , 誘電率 ϵ_0) とする。

伝送線路の線路高などの線路断面寸法などが外部電磁界の波長 λ に比べて非常に小さいときは、線路を流れる電流が TEM モード電磁界を作ることになる。このため伝送線路近傍での電磁界 (添字 t で表現。電界

を E 、磁界を H と表記する) は、外部電磁界 (添字 e で表現) と TEM モードの電磁界 (添字 TEM で表現) の和であるとして次式のように近似する。

$$\begin{cases} E^t = E^{TEM} + E^e \\ H^t = H^{TEM} + H^e \end{cases} \quad (1)$$

今、電界の y 成分を考え、マクスウェルの方程式の第 1 式をフェーザ法で表現し、式 (1) の条件を考慮すると、

$$\frac{dE_y^t}{dx} = -j\omega\mu_0\{H_z^{TEM} + H_z^e\} \quad (2)$$

である。伝送線路を流れる電流は TEM モードの磁界を作り、線路電流 I^{TEM} の方向を考慮して単位長の伝送線路を鎖交する磁束は $\Phi^{TEM} = -LI^{TEM}$ (L は線路インダクタンス) であるとして、この式を線路の高さ方向に $y = 0$ から h まで積分する。ここで、線路電圧 V を全電界の線積分として定義すると

$$-\frac{dV}{dx} = j\omega LI^{TEM} - j\omega \int_0^h \mu_0 H_z^e dy \quad (3)$$

次に、TEM モードの磁界成分を考えると、マクスウェルの方程式の第 2 式から

$$\frac{dH_z^{TEM}}{dx} = -j\omega\epsilon_0\{E_y^t - E_y^e\} \quad (4)$$

である。上式に μ_0 を掛けて $y = 0$ から h まで積分し、全電界の線積分で与えた線路電圧を用いると線路キャパシタンスを C として最終的に次式が得られる。

$$-\frac{dI^{TEM}}{dx} = j\omega C \left\{ V + \int_0^h E_y^e dy \right\} \quad (5)$$

ここで TEM モードの電磁波の波数と伝送線路の位相定数が等しい関係から $LC = \mu_0\epsilon_0$ としている。式 (3) と式 (5) の組合せが電磁界と伝送線路の結合モデルとして最初に Taylor らが定式化したモデルである。

この非同次形の微分方程式が、外部電磁界と伝送線路との結合を表す変形電信方程式であり、測定される線路電圧は外部電界と TEM 電流が流れることによって発生する電界成分の重ね合わせであることが実験でも示されている [5]。また、後述するように回路論的立場で見た式にも合致する。

ここで、強制項の物理的意味について考えると、式 (3) の右辺第 2 項の強制項は、線路に沿う等価電圧源を意味しており、単位長の伝送線路を鎖交する磁界の

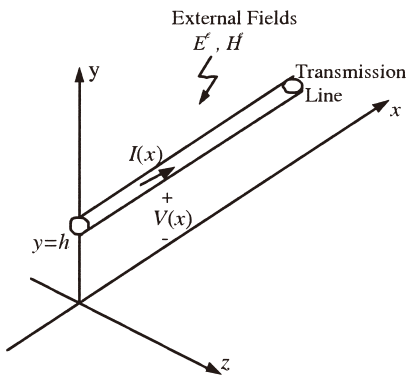


図 1 外部電磁界で励振されているグランド面上の伝送線路モデル

Fig. 1 Model for externally excited transmission line on a ground plane.

時間変化によって発生するファラデーの電磁誘導則に対応する電圧であり、磁界結合による成分である。式(5)の強制項は電界結合を意味し、印加された外部電界による電圧が線路キャパシタンス C に作用して線路に沿う等価電流源となることを意味している。

次に、Agrawal ら [4] が与えた変形電信方程式の表現について考える。マクスウェルの方程式から次式が導出できる。

$$-\int_0^h \mu_0 H_z^e dy = -E_x^e(x, h) + \frac{d}{dx} \int_0^h E_y^e dy \quad (6)$$

ここで、完全グランド面の境界条件から $E_x^e(x, 0) = 0$ としている。線路電圧を TEM モード成分だけによるとして書き直すと、

$$-\frac{dV^{TEM}}{dx} = j\omega LI^{TEM} - E_x^e(0, h) \quad (7)$$

である。したがって、TEM モードだけを考えた式としては次のようになる。

$$-\frac{dV^{TEM}}{dx} = j\omega LI^{TEM} - E_x^e(0, h) \quad (8)$$

$$-\frac{dI^{TEM}}{dx} = j\omega CV^{TEM} \quad (9)$$

これが、Agrawal らが定式化したモデルである。

2.2 解表現から見る等価表現

一般的に電磁波論では境界条件を適用することによって散乱問題についての式を得ることができる。それゆえ、伝送線路の導体表面の境界条件を考えることによって対応する式が導出できると予想される。このような観点からすると式(8)と(9)の組合せである Agrawal モデルは、妥当であると考えられる。しかしこの組合せは、式(3)と(5)の組合せである Taylor モデルと一致しないし、実験結果にも合致しない。その原因を考えながらどのような取扱いが必要となるか考える。

外部電磁界と伝送線路との結合現象を表す変形電信方程式を行列形式で以下のように表現する。

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j\omega L \\ j\omega C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、強制項 V_f と I_f は Taylor モデルにおいては、

$$\begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega\mu_0 \int_0^h H_z^e(x) dy' \\ j\omega C \int_0^h E_y^e(x) dy' \end{bmatrix} \quad (11)$$

Agrawal モデルでは、

$$\begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_x^e(x, h) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

である。

線路長が $x = \ell$ 、線路高が $y = h$ のとき、変形電信方程式の解は状態変数法を用いて、縦続行列表示の解として次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\ell) \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} + \int_0^\ell \mathbf{F}(x') \begin{bmatrix} V_f(x') \\ I_f(x') \end{bmatrix} dx' \quad (13)$$

ここで、 Z_0 と β は伝送線路の特性インピーダンス及び位相定数として $\mathbf{F}(\cdot)$ は伝送線路の縦続行列

$$\mathbf{F}(x') = \begin{bmatrix} \cos \beta x' & jZ_0 \sin \beta x' \\ j\frac{1}{Z_0} \sin \beta x' & \cos \beta x' \end{bmatrix} \quad (14)$$

である。

式(13)の右辺第2項について Taylor モデルの場合を考える。式(6)を用いて書き換えると、

$$\int_0^\ell \mathbf{F}(x') \begin{bmatrix} V_f(x') \\ I_f(x') \end{bmatrix} dx' = \int_0^\ell \mathbf{F}(x') \begin{bmatrix} -E_x^e(x', h) + \frac{d}{dx'} \int_0^h E_y^e(x', y') dy' \\ j\omega C \int_0^h E_y^e(x', y') dy' \end{bmatrix} dx' \quad (15)$$

式(15)の微分を含む項では部分積分法を用いて積分計算を行い、更に位相定数、伝搬速度、特性インピーダンス等の関係式を用いて整理すると、Taylor モデルによる縦続行列の解表現式(13)は以下のように変形できる。

$$\begin{bmatrix} V(0) + \int_0^h E_y^e(0, y') dy' \\ I(0) \end{bmatrix}$$

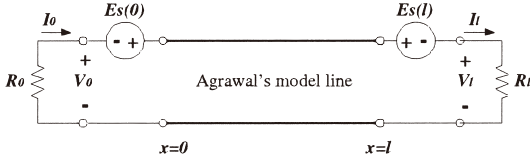


図 2 Agrawal モデルを用いた誘導電流を求めるための等価表現

Fig. 2 Equivalent expression using Agrawal model for estimating induced current.

$$= \mathbf{F}(\ell) \left[\begin{array}{c} V(\ell) + \int_0^h E_y^e(\ell, y') dy' \\ I(\ell) \end{array} \right] + \int_0^\ell \mathbf{F}(x') \left[\begin{array}{c} -E_x^e(x', h) \\ 0 \end{array} \right] dx' \quad (16)$$

この縦続行列表現式では、線路電圧の表現に着目すると

$$V(x) + \int_0^h E_y^e(x, y') dy' = V^{TEM}(x)$$

であり、これは Agrawal モデルでの線路電圧であることに気づく。すなわち、図 2 に示すように、伝送線路部分では線路方向のみの外部電界 E_x^e が作用している Agrawal モデルで考察し、線路の両端だけで線路の高さ方向の外部電界が端子電圧に

$$E_s(x) = \int_0^h E_y^e(x, y') dy' \quad (17)$$

のバイアスをかけているとして、誘導電流 I_0 や I_ℓ を求めたものと一致することになる。この指摘は [6] でも言及されている。

2.3 2 導体線路系から考察した変形電信方程式

前述までに議論した外部電磁界の効果をも電磁気現象として説明するとき混乱を来す懸念がある。これらを更に明らかにするために 2 導体線路（ここではグラウンド面上の 2 導体線路をいう）の動作を表す方程式を電気回路論での考え方と対比して考察する。

多導体線路系では、線路電圧ベクトル \mathbf{V} と電流ベクトル \mathbf{I} に関する電信方程式として次のように書ける [6], [7]。

$$-\frac{d\mathbf{V}}{dx} = j\omega \mathbf{L}\mathbf{I}, \quad -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = j\omega \mathbf{c}\mathbf{V} \quad (18)$$

この式を考察するために図 3 に示す多導体線路系の基本であるグラウンド面上の 2 本線路系を考える。このと

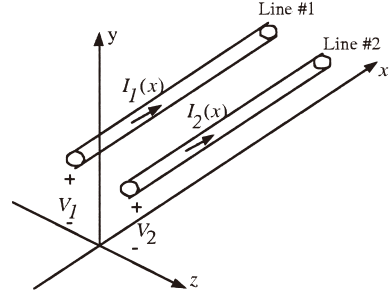


図 3 結合 2 導体線路モデル

Fig. 3 Coupled two-conductor-line model.

きインダクタンス行列 \mathbf{L} とキャパシタンス行列 \mathbf{c} は

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

更に、キャパシタンス行列は次のようにも書ける。

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_{g1} + C_m & -C_m \\ -C_m & C_{g2} + C_m \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここで式 (19) での \mathbf{c} の c_{ii} は電磁気学では容量係数、 c_{ij} は誘導係数と呼ばれており、このためここでは小文字で表現している。式 (20) での C_{gi} は導体 i のグラウンド面に対する自己キャパシタンスであり、 $C_m = -c_{ij}$ は 2 導体間の相互キャパシタンスである。

まず、式 (18) の第 1 式を考える。このうち線路 #1 だけを取り上げると

$$-\frac{dV_1}{dx} = j\omega L_{11} I_1 + j\omega L_{12} I_2 = j\omega \Phi_{11} + j\omega \Phi_{12} = j\omega \Phi_{11} - j\omega \int_0^{h_1} B_{z2} dy \quad (21)$$

ここで、 Φ_{12} と B_{z2} は電流 I_2 で生じている鎖交磁束と磁束密度である。他方の回路を鎖交する時間変化の磁束が引き起こす回路電圧はファラデーの法則で表現されており、磁界結合または誘導性結合を意味している。これに対応する回路はインピーダンス行列の形式で表現した磁気誘導回路であり、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

と表現される。以上から Taylor モデルの式 (3) は外部磁界と伝送線路の結合を意味し、回路論的にも整合性がとれているといえる。

次に、線路 #1 に関する式 (18) の第 2 式に対応する

表現は

$$-\frac{dI_1}{dx} = j\omega c_{11}V_1 + j\omega c_{12}V_2 = j\omega(C_{g1} + C_m)V_1 - j\omega C_m V_2 \quad (23)$$

である．この式はグラウンド面上の2導体系での静電界における次式

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

に対応している．ここで、 Q_i は導体 i ($= 1, 2$) に与えた電荷である．電流は電荷の時間変化として定義されているので、時間変化する電荷を考え、これを微分することで電流に書き換えると、上式は回路解析手法の“節点方程式”に対応している．第1式だけをフェーザ法で表現すると

$$I_1 = j\omega Q_1 = j\omega c_{11}V_1 + j\omega c_{12}V_2 = j\omega(C_{g1} + C_m)V_1 - j\omega C_m V_2 \quad (25)$$

となる．

式(24)における電位(電圧) V_1 は電荷 Q_1 による電界だけでなく、 Q_2 が作る電界にも起因する．導体 #2 による電界は高さ h_1 の導体 #1 にも影響を及ぼしているため電圧 V_1 は両電界を重ね合わせることで次のようになる．

$$V_1 = -\int_0^{h_1} (E_1 + E_2) \cdot j dy \quad (26)$$

ここで j は線路の高さ (y) 方向の単位ベクトルである．外部電磁界にさらされた1本の伝送線路を考えると、 C_m は存在しないが、線路導体に影響を与える外部電磁界が存在しているため、線路電圧は E_2 を E^e に書き換える必要がある．TEM モードを仮定しているので流れる電流もこのモードでなければならない．したがって式(23)に対応する式は次のようになる．

$$-\frac{dI_1}{dx} = j\omega C_{g1} \left(V_1 + \int_0^{h_1} E^e \cdot j dy \right) \quad (27)$$

以上の結果、Taylor モデルである式(3)と(5)は伝送線路が外部電磁界で励振されているときの微分方程式として回路論的にも整合する式であることが結論できる．

3. 変形電信方程式の展開

Taylor モデルの変形電信方程式では外部電磁界を電界と磁界とで表現した．更に外部電磁界をベクトルポテンシャル $A^e(A_x^e, A_y^e, A_z^e)$ で表現すれば、

$$\begin{bmatrix} V_f(x') \\ I_f(x') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega \int_0^h \left\{ \frac{\partial A_y^e}{\partial x} - \frac{\partial A_x^e}{\partial y} \right\} dy' \\ j\omega C \left\{ -j\omega \int_0^h A_y^e dy' + \frac{\nabla \cdot A^e}{j\omega\mu\epsilon} \Big|_{y'=0}^{y'=h} \right\} \end{bmatrix} \quad (28)$$

とも表現できる [10] ．

以下では、Taylor モデルの変形電信方程式がどのように展開できるかを考える．

3.1 伝送線路からの放射問題

変形電信方程式は外部電磁界と伝送線路との結合現象を表現する方程式である．外部電磁界が平面波であれば、長さ ℓ で始端及び終端が負荷 R_0 と R_ℓ で終端されているとき、始端に誘導される電流は式(13)または、式(16)に端子条件を代入することによって求めることができる．これを結合問題と称することにする．逆に、伝送線路からの放射現象を放射問題と称することにする．ここでは、伝送線路からの放射問題を相反定理を使って導出することが可能であることを示す [8] ．

伝送線路の結合問題と放射問題との関係を模式的に示したのが図4である．図4(a)の結合問題では、ブラックボックスで表現した伝送線路が微小アンテナから十分に離れた遠方の距離 r にある．実効長 h の微小

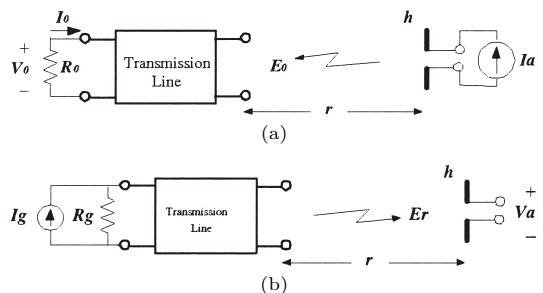


図4 (a) 結合問題モデルと (b) 放射問題モデル
Fig.4 (a) is for coupling model and (b) for radiation model.

アンテナが電流源 I_a で励振され、伝送線路がこの微小アンテナによる放射電磁界にさらされ、伝送線路の負荷 R_0 に誘導電流 I_0 を流している。図 4 (b) の放射問題では、伝送線路が内部抵抗 $R_g = R_0$ の電圧源 E_g で、あるいは電流源 $I_g = E_g/R_g$ で励振され、伝送線路から電磁波が放射されている。この放射電界 (大きさ E_r) を同じ微小アンテナで受信し、微小アンテナの受信端子に電圧 V_a が発生している。この二つを系全体で考える。

結合問題においては、微小アンテナの励振電流に対する伝送線路の端子電圧との関係

$$H_{cp}(j\omega) = \frac{V_0}{I_a} = -R_0 \frac{I_0}{I_a} \quad (29)$$

は系全体での伝達インピーダンスである。一方、放射問題においては系全体の伝達インピーダンスは

$$H_{rd}(j\omega) = \frac{V_a}{I_g} = R_g \frac{V_a}{E_g} \quad (30)$$

となる。結合問題と放射問題とが相反の関係にあるためには双方から求めた伝達インピーダンスが相等しい関係になければならない。

まず、結合問題を考える。実効長 h の微小アンテナに電流 I_a が流れているとき、遠方の距離 r の位置に作る電界 E は、 $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi \Omega$ とし、 \vec{h} を微小アンテナ方向の単位ベクトルとして、

$$\mathbf{E} = j\eta \frac{\beta}{4\pi} \frac{I_a e^{-j\beta r}}{r} h\vec{h} \equiv E_0 \vec{h} \quad (31)$$

であり、式 (29) に上式を代入して結合問題での伝達インピーダンスを求めると

$$\begin{aligned} H_{cp}(j\omega) &= \frac{V_0}{I_a} = -R_0 H_m(j\omega) \frac{E_0}{I_a} \\ &= -R_0 H_m(j\omega) j\eta \frac{\beta}{4\pi} h \frac{e^{-j\beta r}}{r} \end{aligned} \quad (32)$$

ここで、結合問題において伝送線路の負荷 R_0 に誘導された電流 I_0 と電界との比 H_m ($m = \theta, \phi$) を

$$H_m(j\omega) \equiv \frac{I_0}{E_0} \quad (33)$$

と定義している。これは式 (13) に偏波 ($m = \theta, \phi$) の条件と端子条件を代入することによって求められる (文献 [8] の式 (15) 及び (16))。

放射問題における微小アンテナ受信電圧は、相反定理を使って

$$V_a = hE_r = I_g H_{rd}(j\omega) = I_g H_{cp}(j\omega) \quad (34)$$

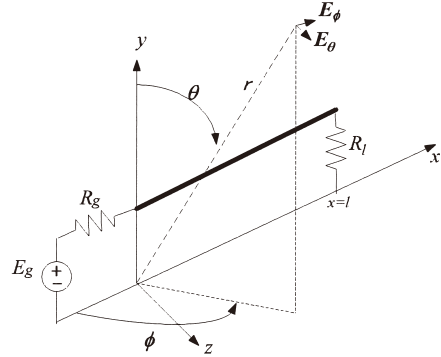


図 5 伝送線路からの放射モデルと座標系
Fig. 5 Radiation model of transmission line and the coordinate system.

であり、したがって放射電界は

$$E_r = -R_0 I_g j\eta \frac{\beta}{4\pi} H_m(j\omega) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \quad (35)$$

$$= -E_g j30\beta H_m(j\omega) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \quad (36)$$

として求められる。

一方、電磁波論的に伝送線路を流れる電流から直接放射電界を求めるには、伝送線路を流れる電流が作るベクトルポテンシャルを考慮することによって求めることができる。今、このための座標系を図 5 に示す。

一般に線電流ベクトル $\mathbf{J}(\xi)$ が距離 $r(\xi)$ の点に作るベクトルポテンシャル A は波数を k として

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\xi) e^{-jk r(\xi)}}{r(\xi)} d\xi \quad (37)$$

で与えられる。ここでは伝送線路上の任意点での電流 $I(x)$ を線電流ベクトルとして取り扱えばよいので、

$$I(x) = \frac{E_g}{\Delta} \left\{ \cos \beta(\ell - x) + j \frac{R_\ell}{Z_0} \sin \beta(\ell - x) \right\} \quad (38)$$

$$\Delta = (R_g + R_\ell) \cos \beta\ell + j(Z_0 + R_g R_\ell / Z_0) \sin \beta\ell$$

である。このモデルでの線路部分の電流による A は線路方向成分 A_x であり、グランド面の効果は、影像法による影像電流成分を考えることによって評価できる。線路方向成分は

$$A_x = \int_0^\ell I(x') \{G(r_{x1}) - G(r_{x2})\} dx' \quad (39)$$

ここで、 $G(r)$ はグリーン関数で

$$G(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-kr}}{r} \quad (40)$$

であり, r_{x1} と r_{x2} は $r_x = r + x \cos \phi \sin \theta$ として $r_{x1} \simeq r_x - h \cos \theta$, $r_{x2} \simeq r_x + h \cos \theta$ である.

線路の端子部分が垂直な立上りを有するならば, この部分を流れる電流 $I(0)$ と $I(\ell)$ は高さ方向 (y) 成分のベクトルポテンシャル成分 A_y を作ることになり,

$$A_y = \int_{-h}^h \{I(0)G(r_1) - I(\ell)G(r_2)\} dy' \quad (41)$$

ここで, $r_1 = r - y' \cos \theta$, $r_2 = r + \ell \cos \phi \sin \theta - y' \cos \theta$ である. 遠方界であることを考慮すると, ベクトルポテンシャルの成分は解析的に求めることができる. 更に,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_\theta^r \\ E_\phi^r \end{bmatrix} &= -j\omega \begin{bmatrix} A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} \\ &= -j\omega \begin{bmatrix} -\cos \phi \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

として球座標系での遠方界に変換できる. この結果は相反定理を用いた結果と同じになる.

3.2 非平行な伝送線路間のクロストーク問題

平行な伝送線路間のクロストーク問題は, 多導体線路系の電信方程式をもとにすることによって解析できる. しかしながら伝送線路が非平行であれば, 変形電信方程式を適用することによって近似解析することが可能となる [9], [10].

一般的に非平行な伝送線路は, 大きな結合を得る目的のものではない. 弱結合であることから, 各々の伝送線路の特性インピーダンスは, 単独でのそれで近似できる. 他方の伝送線路が作る電磁界を一方の伝送線路に影響を及ぼしている外部電磁界として評価することによってこの結合現象を表現する回路網表現が得られる.

簡単なモデルとして, 図 6 に示すような非平行な 2 本線路系を考える. #1 の伝送線路系が $x-y-z$ 座標で, #2 の伝送線路系が $X-Y-Z$ 座標で表現されるとする. 両座標系の関係は, $X-Y-Z$ 座標系の原点が $x-y-z$ 座標系で $(x_0, 0, z_0)$ であるとし, x 軸と X 軸とのなす角を θ とすれば, 座標系変換行列を

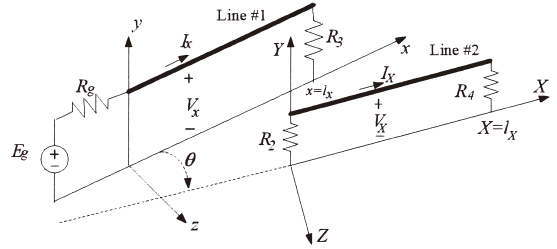


図 6 非平行な伝送線路の結合モデル
Fig. 6 Coupling model between non-parallel transmission lines.

$$T_{axis} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (43)$$

とし, 上部添字 T を転置を意味するとして

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} x - x_0, & y, & z - z_0 \end{bmatrix}^T \\ &= T_{axis} \begin{bmatrix} X, & Y, & Z \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (44)$$

の関係にある.

今, x 軸方向の #1 の線路が長さ l_1 で, 長さ l_2 の X 方向の #2 の線路に妨害を与えるときを考える. これら有限長である線路系の両端は立上り構造 (基板においてはビア構造) であるとする. したがってここでの線路系が作る電磁界は線路部分と線路立上り部分を流れる電流によって発生していると考えられる. 線路方向の電流によるベクトルポテンシャル成分は式 (39) と, 線路立上り部分の電流によるベクトルポテンシャル成分は式 (41) と同一形式で与えられる. これらの式において源から観測点までの距離は点 (x, y, z) を観測点として, 式 (39) においては,

$$\begin{aligned} r_{x1} &= \sqrt{(x - x')^2 + (y - h)^2 + z^2} \\ r_{x2} &= \sqrt{(x - x')^2 + (y + h)^2 + z^2} \end{aligned} \quad (45)$$

式 (41) においては, 次式となる.

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2} \\ r_2 &= \sqrt{(x - \ell)^2 + (y - y')^2 + z^2} \end{aligned} \quad (46)$$

式 (39) における任意点 x' における線路電流 $I_1(x')$ は,

$$I_1(x') = \mathbf{K}(x') \begin{bmatrix} V_1(\ell), & I_1(\ell) \end{bmatrix}^T \quad (47)$$

ここで

$$\mathbf{K}(x') = \left[j \frac{1}{Z_0} \sin \beta(\ell_1 - x'), \quad \cos \beta(\ell_1 - x') \right]$$

と表現できる．この結果，#1 の線路が作るベクトルポテンシャル成分は次のように整理することができる．

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_{x1}^e \\ A_{y1}^e \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \int_0^{\ell_1} \{G(r_{x1}) - G(r_{x2})\} \mathbf{K}(x') dx' \\ \int_{-h_1}^{h_1} \{G(r_1) \mathbf{K}(0) - G(r_2) \mathbf{K}(\ell)\} dy' \end{bmatrix} \\ & \cdot \begin{bmatrix} V_1(\ell_1), & I_1(\ell_1) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (48)$$

すなわち #1 の線路が作るベクトルポテンシャルは #1 の線路の端子電圧 $V_1(\ell_1)$ と電流 $I_1(\ell_1)$ とで表現できることを意味している．#1 の線路が作るベクトルポテンシャル $(A_{x1}^e, A_{y1}^e, 0)$ を，#2 の線路系での X - Y - Z 座標系で表現したベクトルポテンシャル $(A_{X1}^e, A_{Y1}^e, A_{Z1}^e)$ は，座標系変換行列の式 (43) を用いて

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_{X1}^e & A_{Y1}^e & A_{Z1}^e \end{bmatrix}^T \\ &= \mathbf{T}_{axis}^{-1} \begin{bmatrix} A_{x1}^e & A_{y1}^e & 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (49)$$

となる．このベクトルポテンシャルを式 (28) で与えた外部電磁界の影響成分として評価すると，#2 の線路が #1 の線路から妨害を受けるときの方程式として形式的に

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_2(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(\ell_2) \\ I_2(\ell_2) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\ell_1) \\ I_1(\ell_1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

と表現することができる．ここで A_2, B_2, C_2, D_2 は #2 の線路の縦続行列要素であり， a_1, b_1, c_1, d_1 は式 (49) を式 (28) に代入して求めた #1 の線路による電磁界が #2 の線路に作用する効果を #1 の線路終端での電圧，電流で表現したときの寄与成分である．

#2 の線路は #1 の線路に，同様に作用するので，全く同様な形式で表現できる．その結果をまとめると形式的に

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(\ell) \\ \mathbf{I}(\ell) \end{bmatrix} \quad (51)$$

と表現できる．ここで $\mathbf{V}(0), \mathbf{V}(\ell), \mathbf{I}(0), \mathbf{I}(\ell)$ はそれぞれ，始端及び終端の電圧・電流ベクトルであり，

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} A_1 & a_2 \\ a_1 & A_2 \end{bmatrix}, & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} B_1 & b_2 \\ b_1 & B_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} C_1 & c_2 \\ c_1 & C_2 \end{bmatrix}, & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} D_1 & d_2 \\ d_1 & D_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (52)$$

である．図 6 に示したような伝送線路系では，上式に端子条件を代入することによってこの系でのクロストーク特性を含む伝送特性を求めることができる．

一般に縦続行列表示された系の伝送特性を散乱行列 S で求めるためには，インピーダンス行列 Z またはアドミタンス行列で表現すれば簡潔である．例えば， Z で表現すると

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{AC}^{-1} & \mathbf{AC}^{-1}\mathbf{D} - \mathbf{B} \\ \mathbf{C}^{-1} & \mathbf{C}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (53)$$

の関係をを用い，更に測定系が 50Ω であるとすれば，

$$\mathbf{S} = \{\mathbf{Z} - 50\mathbf{U}\} \{\mathbf{Z} + 50\mathbf{U}\}^{-1} \quad (54)$$

である [11]．ここで \mathbf{U} は単位行列である．

この考え方を発展させることによって，非平行や曲がりを含む配線を回路網で表現することができる [12]．また PCB (回路基板) での配線では，例えばマイクロストリップ線路形であれば，複合誘電体であるのでそれに適したグリーン関数を求めることによって回路網表現が得られる [13]．

上記の非平行線路理論はモデル実験や数値計算と比較することによっても良い一致を示しており，理論の妥当性が検証されている [9], [12], [13]．

4. EMC における多線条線路理論の展開

多線条線路理論は，古くから多くの研究がなされてきている．最近の回路基板 (PCB) においては，電子機器の小型化や多機能・高性能化に伴って配線は稠密化しており，そのため信号の品質 (SI)，配線間のクロストーク評価が重要な課題となっている．PCB においては，平行配線の構造になっているモデルが非常に多い．このような配線は多線条線路理論であり，最近の SI 問題の重要な基礎理論である．また，日本においては平成 18 年 10 月に告示された屋内での高速電力線搬送通信 (PLC: Power Line Communication, または PLT: Power Line Telecommunication) におけ

る回路理論的取扱法もこの範疇である。ここでは多線条線路理論に関する最近の展開を見る。

一般にグラウンド線(面)と2本以上の線路からなる系である多導体線路系においては、伝送される信号が作る電磁界が TEM モードであると近似できる範囲において、電信方程式が成立するとみなすことができる。ここで考える構造モデルではこの近似を十分に満足しているとする。多導体線路系の電信方程式には、モード分解による解析手法が一般的に用いられる [6], [7], [14] ~ [17]。この手法では線路電圧と線路電流を直交・独立モードに分解して方程式を解き、それらの解を最終的に組み合わせることで、線路電圧と電流に関する回路網表現である縦続行列やインピーダンス・アドミタンス行列、散乱行列などを求めることである。

線路電圧ベクトル V と線路モード電圧ベクトル V_m が、線路電流ベクトル I と線路モード電流ベクトル I_m がそれぞれの変換行列 T_v , T_i を用いて

$$V = T_v V_m, \quad I = T_i I_m \quad (55)$$

の関係にあるとする。モード電圧・電流ベクトルに関する電信方程式は

$$\begin{aligned} -\frac{dV_m}{dx} &= j\omega T_v^{-1} L T_i I_m \equiv j\omega L_m I_m \\ -\frac{dI_m}{dx} &= j\omega T_i^{-1} c T_v V_m \equiv j\omega C_m V_m \end{aligned} \quad (56)$$

となり、 L_m と C_m が対角行列であれば、主対角要素はそれぞれのモードインダクタンスとモードキャパシタンスとなる。これらの式は通常の電信方程式と同じ形式である。更に、各モードの電圧と電流は波動として同じ位相速度で伝搬する必要があることから、モード伝搬速度行列 v_m は

$$\{v_m^{-1}\}^2 = T_v^{-1} L c T_v = T_i^{-1} c L T_i \quad (57)$$

を満足する対角行列でなければならない。これらは、 L と c が対称行列であることを利用して整理するとモード変換行列間の条件は、 U を単位行列として

$$T_i T_v^T = U \quad (58)$$

が成立しなければならない [6]。

モード伝搬速度行列は対角行列でなければならないので、式 (57) から Lc , cL の固有値がモードの伝搬速度に対応し、固有ベクトルがモード変換行列に対応することになる。

文献 [14] では、媒質が一樣な場合での励振モードを

回路的に与えたモードの組合せを示しているが、PCB 基板でのマイクロストリップ線路のように複合する誘電体では、式 (58) を満足する励振法を直感的に見つけ出すには特別なモデルを除いて困難を伴う。

独立なモード電圧・電流に関する電信方程式である式 (56) の解は、単独線路の場合と同様に表現されているので、例えばモード電圧・電流に関する縦続行列の形式で表現できる。今、長さ ℓ の線路での縦続行列表示を

$$\begin{bmatrix} V_m(0) \\ I_m(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m(\ell) \\ I_m(\ell) \end{bmatrix} \quad (59)$$

とおくと、線路電圧・電流ベクトルに関しては、モード変換行列を用いて

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v A_m T_v^{-1} & T_v B_m T_i^{-1} \\ T_i C_m T_v^{-1} & T_i D_m T_i^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} \quad (60)$$

と最終的に求められることになる。散乱行列を求めるには、前述したように例えば、インピーダンス行列に変換した後、式 (54) から求めることができる。

4.1 回路基板における多線条平行線路

多線条線路の基本形はグラウンド面上の平行な2本線路である。この2本線路系では、これまでシングルエンド型で励振されたとき、近接する線路間の結合問題が EMC の分野ではクロストーク問題と呼ばれ、多くの研究がなされてきた。伝送線路の媒質が均一でない複合誘電体においては、独立モードの位相速度が異なることになり、その結果として、時間領域のクロストーク波形では遠端では位相速度差に起因するスパイク状の波形が観測される [16]。また、周波数領域ではクロストーク特性だけでなく、線路長によっては通過特性も大きな影響を受ける [17]。

最近高速信号伝送法として差動伝送方式で使用する傾向がでてきている。差動伝送することによって EMI 問題に対処しようとするものである。一般的にいえば、伝送線路が平行に近接配線されている場合は多線条線路として電信方程式を解かなければならない。そしてその解に端子条件を与えることによって線路系のクロストーク特性を含んだ伝送特性を評価することができる。このとき、複合誘電体モデルの電信方程式を解く

ためにモード分解法を用いると、線路の形状が対称で偶数本の場合は、モード変換行列を直感的に書き下すことができる可能性は高い。しかし奇数本の場合はほとんど不可能である [18], [19]。形状が対称形でないときは、2本の線路系でもモード変換行列を直感的に見出すことは不可能に近いので、前述したように数学的な固有ベクトルを求める方法が得策である。

4.2 PLC 問題における EMC 問題

日本においては、屋内の電力配線を使用する高速電力線搬送通信 (PLC) が 2 MHz から 30 MHz の周波数帯域で実用化が認可されている。PLC 用のモデムは差動信号 (ディファレンシャルモード信号) を送信するものであり、2本の電力配線を介して相手側の受信装置に伝送されるものである。PLC 問題では、差動信号が電力配線に供給されるにもかかわらずコモモード放射による漏えい電磁界が EMC 問題として懸念されている。この伝送方式は通信線を用いてデータ伝送を行う xDSL (Digital Subscriber Line) 方式と本質的に同じであり、通信線に関しては多くの研究がなされてきた [20] ~ [22]。ここでは、多線条線路解析の手法をこれに応用する展開について考察する。

2本の導体線から成る電力線路系を流れる高周波電流成分を等量逆相 (異符号) 成分と等量同相 (同符号) 成分とに分解すると、EMC の分野においては、前者をディファレンシャルモード (DM と略記) またはノーマルモード成分、後者をコモモード (CM と略記) 成分と称している [6] (電力配線は厳密に言えば、必ずしも対称形の線路構造を成しているとは限らないが、代表的なモードとしてこれらのモードを考える)。2本の導体線路間隔が非常に小さいとすれば、DM 電流が作る電磁界は互いに打ち消し合うのに対し、CM 電流が作る電磁界は同方向に加算されることになる。このため、CM 電流がアンテナ電流と称されるゆえんであり、2本線路を流れる電流が作る漏えい電磁界は CM 電流に起因するものが主流となる。ここでは CM 電流の発生メカニズムや電源コンセントの取扱法に関して検討する [23]。

図 7 にここで用いるグラウンド面上の 2 本導体線路からなる伝送系での両モードの定義を模式的に示す。このとき、線路電圧ベクトル $V = [V_1, V_2]^T$ と線路電流ベクトル $I = [I_1, I_2]^T$ 、モード電圧ベクトル $V_m = [V_{DM}, V_{CM}]^T$ とモード電流ベクトル $I_m = [I_{DM}, I_{CM}]^T$ との関係は次のようになる。

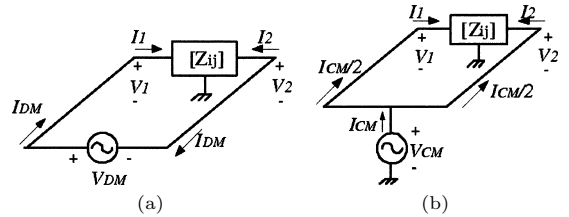


図 7 伝送線路系でのディファレンシャルモード (DM) とコモモード (CM)

Fig. 7 Differential and Common modes in transmission-line system.

$$V = T_v V_m, \quad I = T_i I_m \quad (61)$$

ここで

$$T_v = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_i = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (62)$$

である。したがって伝送系の縦続行列は式 (60) から求められることになる。コンセントから屋内配線を見た状態は、この縦続行列で与えられた回路網方程式に負荷条件を与えることによって求められることになる。

4.2.1 LCL

PLC は回路論的には通信線路での xDSL と本質的には同一であることから、PLC においても LCL (Longitudinal Conversion Loss) がパラメータとして採用されている。LCL の定義は、ITU-T (International Telecommunication Union, Telecommunication Sector) によって図 8 に示すような回路表現で、通信線路での DM 回路網 (平衡回路網) を CM 電圧で励振したとき、どれだけの DM 電圧が誘起されるかを評価する指標として定義されている。図の平衡回路網において、平衡回路網の入カインピーダンスは $R = 100 \Omega$ と規定され、その $1/4$ の内部インピーダンスをもつ CM 電圧源 E_c で平衡回路の midpoint とグラウンド間を励振したとき、平衡回路網の入力端に接続した抵抗 R の端子間電圧を V_d として、次のように定義される。

$$LCL = 20 \log |E_c/V_d| \quad (63)$$

図 9(a) に示したコンセントの二つの端子は 2 ポート端子とする回路網 (図 9(b)) として取り扱うことが可能である。この回路網が前述の電力配線を模擬する 2本の導体線路系回路となる。

前述の回路方程式において、コンセント端子に対応

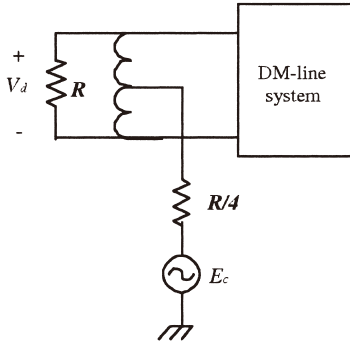


図 8 LCL の定義
Fig. 8 Definition of LCL.

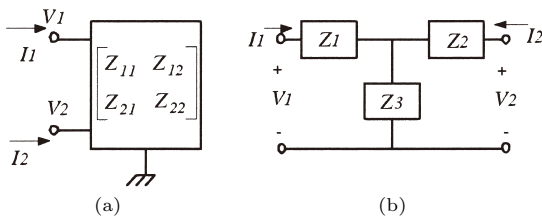


図 9 コンセント端子と T 形等価回路網表現

Fig. 9 Equivalent circuit network in T-type at outlet terminal.

する線路端子での電圧，電流ベクトルを V_{in}, I_{in} とし，線路の負荷インピーダンス行列を R_ℓ とすれば，図 9(a) で表現したインピーダンス行列 $Z = [Z_{ij}]$ と縦続行列の関係は次のようになる．

$$V_{in} = (AR_\ell + B)(CR_\ell + D)^{-1}I_{in} \equiv ZI_{in} \quad (64)$$

ここで， A, B, C, D は前節で議論した伝送系で得られた縦続行列の小行列である．このように表現したコンセントから電力配線を見込む回路網をコンセントでのモード電圧，電流で表現することを考える．

図 9(a) において，回路網のインピーダンス行列 Z と，式 (61) の関係を用いて次が求まる．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{DM} \\ V_{CM} \end{bmatrix} &= T_v^{-1} Z T_i \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix} \\ &\equiv \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (65)$$

これはモードでの回路網表現が可能であることを示唆している．これが図 10 で用いられている回路網である．これをモードインピーダンス行列で表現する

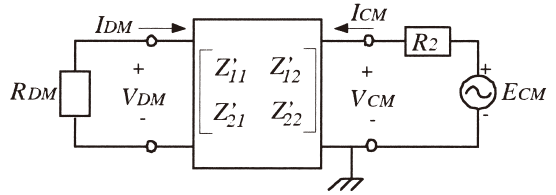


図 10 モード回路網を用いるコンセント端子での等価表現
Fig. 10 Equivalent expression at outlet terminal using equivalent network in modes.

回路網と称することにする．LCL の定義を示す図 8 を図 10 に示す回路に変更して LCL を求めると，その真数 k はモードインピーダンス行列の素子を用い， $R_{DM} = R, R_2 = R/4$ として

$$k = \frac{1}{R} \frac{(R + Z'_{11})(R_2 + Z'_{22})}{Z'_{12}} - \frac{Z'_{12}}{R} \quad (66)$$

と求めることができる．

今，コンセント端子から電力配線網を見込んだ等価回路網を T 形回路（図 9(b)）で表現するとモードインピーダンス行列 Z'_T は

$$Z'_T \equiv \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & (Z_1 - Z_2)/2 \\ (Z_1 - Z_2)/2 & (Z_1 + Z_2 + 4Z_3)/4 \end{bmatrix} \quad (67)$$

となる．ここで $Z'_{12} = Z'_{21}$ であるので，モード回路網では相反定理が成立することを示している．T 形回路では $Z'_{12} = (Z_1 - Z_2)/2$ であることから，ある程度平衡がとれている回路では $Z_1 \approx Z_2$ であり，式 (66) で与えた LCL の真数表現では右辺第 2 項は無視できることになり，LCL は回路の平衡度を意味することになる．文献 [20] が与えた LCL は平衡度が高いとしたときのものである．

ここで示したモデルでは電源コンセントを見た等価回路表現を T 形回路で与えた．これと双対な回路は π 形回路であるので，アドミタンスで表現することによって全く相似な表現を導出できる [23]．

4.2.2 PLC モデムを接続したコンセント

本来が DM 電源である PLC モデムをコンセント端子に接続したときの CM 電流と LCL の関係について考える．モデムをコンセント端子に接続したときのモード回路網での表現を図 11 に示す．

この図において，PLC モデムは，電源及び内部インピーダンスが不完全な差動 (DM) 型電圧源としている．このときモデムの電圧源 E_{DM} を E_{d1} と E_{d2} と

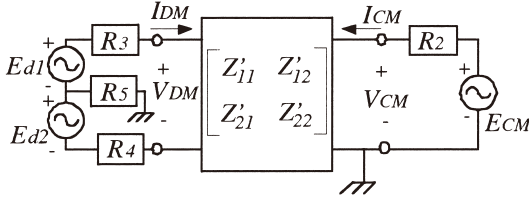


図 11 コンセント回路に接続した PLC モデムのモード回路網表現

Fig. 11 Equivalent expression in modes for PLC modem connected to outlet terminal.

に分割した電源とし、それぞれの内部インピーダンスを R_3 と R_4 とする。更に電圧源中性点からグラウンド間のインピーダンスを R_5 とすれば、モデムで発生しているコモンモード電圧 E_{CM} とその内部インピーダンス R_{CM} はミルマンの定理を用いて

$$E_{CM} = \frac{R_4 E_{d1} - R_3 E_{d2}}{R_3 + R_4} \quad (68)$$

$$R_{CM} = R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \quad (69)$$

である。この条件を図 11 の回路に適用すると不完全なモデムをコンセントに接続したときのコモンモード電流 I_{CM} が

$$I_{CM} = \frac{(R_{DM} + Z'_{11})E_{CM} - Z'_{21}E_{DM}}{(R_{DM} + Z'_{11})(R_{CM} + Z'_{22}) - Z'_{12}Z'_{21}} \quad (70)$$

と求められる。

次に、LCL との関係をはっきりするために、完全なモデムを考える。すなわち $R_{DM}/2 = R_3 = R_4$ であり、 $E_{d1} = E_{d2}$ とすると $E_{CM} = 0$ となる。図 11 に示した回路から

$$V_{CM}/E_{DM} = (Z'_{12}/\Delta)R_{DM}^{-1} \quad (71)$$

ここで、

$$\Delta = (1 + R_{DM}^{-1}Z'_{11})(1 + R_{CM}^{-1}Z'_{22}) - R_{DM}^{-1}R_{CM}^{-1}Z'_{12}Z'_{21}$$

である。今、LCL の定義に合わせて、 $R_{DM} = 100 \Omega$ 、 $R_{CM} = 100/4 \Omega$ とすれば、LCL の逆数は

$$\frac{1}{k} = (Z'_{12}/\Delta)R_{CM}^{-1} \quad (72)$$

であるので、これを用いて CM 電流を求めると

$$\frac{I_{CM}}{E_{DM}} = -\frac{V_{CM}}{R_{CM}E_{DM}} = -\frac{1}{R_{DM}} \frac{1}{k} \quad (73)$$

となり、完全に平衡な PLC モデムであっても負荷回路が平衡でない場合は CM 電流が誘導され、その電流は LCL に逆比例していることになる。

4.2.3 電力配線上のコモンモード電流

前述で求めた I_{CM} はコンセント端子での電流である。あるいは平衡が崩れた点での I_{CM} を評価するための回路表現を提案している。ここでは直線状の電力線をモデル化したとき、線路上の電流を多線条線路理論を適用して考える。電力線を長さ ℓ とし、縦続行列の要素を A, B, C, D とする。この終端に負荷インピーダンス行列 R_ℓ が、始端に内部インピーダンス行列 R_i の電源電圧ベクトル E_g が接続されているとすれば、縦続行列表示にこれらの端子条件を代入して

$$\begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_i I_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_\ell I_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} \quad (74)$$

であり、この関係を用いて、任意点 x での線路電流ベクトル $I(x) = [I_1(x), I_2(x)]^T$ は

$$\begin{aligned} I(x) &= \{C(\ell - x)R_\ell + D(\ell - x)\} I(\ell) \\ &= \frac{C(\ell - x)R_\ell + D(\ell - x)}{AR_\ell + B + R_i(CR_\ell + D)} E_g \end{aligned} \quad (75)$$

となる。これから CM 電流は

$$I_{CM}(x) = I_1(x) + I_2(x) \quad (76)$$

として評価できる。更にはベクトルポテンシャルを求めることによって放射電磁界が評価できることになる。

一般に電力配線網は複雑な線路を成している。例えば、線路の途中に並列接続や直列接続された回路網が付加されている。このときであっても通常の線路系における取扱いと同様にすることによってコモンモード電流は評価できる。

5. む す び

EMC における伝送線路に関する問題を解析する手法として、最近では数値計算ソフトに頼りがちである。電信方程式を基礎とする解析手法は解表現が物理的メカニズムを理解する上から教科書的ではあるが、基本的な考え方や定性的な指標を与えてくれる。

ここではまず EMC における伝送線路方程式の基礎として、外部電磁界と伝送線路との結合問題を取り上げ、このときの電信方程式（変形電信方程式）の意味や通常の回路理論との関係について検討した。更にこ

の方程式を展開することによって非平行な伝送線路間の結合(クロストーク)問題を解析するための回路網表示法について述べた。また平行な多導体伝送線路系の取扱法について概説し、最近の話題である高速電力線搬送通信(PLC)のEMC問題に適用するために、コンセント端子をモード電圧・電流で表現するモード回路網を提案し、統一的な解析手法を示した。

文 献

- [1] C.D. Taylor, R.S. Satterwite, and C.W. Harrison, Jr., "The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.AP-13, no.6, pp.987-989, Nov. 1967.
- [2] C.R. Paul, "Frequency response of multiconductor transmission lines illuminated by an electromagnetic field," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.EMC-18, no.4, pp.183-190, Nov. 1976.
- [3] K.S.H. Lee, "Two parallel terminated conductors in external fields," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.EMC-20, no.2, pp.288-296, May 1978.
- [4] A.K. Agrawal, H.J. Price, and S.H. Gurbaxani, "Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.EMC-22, no.2, pp.119-129, May 1980.
- [5] Y. Kami and R. Sato, "Circuit-concept approach to externally excited transmission lines," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.EMC-27, no.4, pp.177-183, Nov. 1985.
- [6] C.R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*, John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [7] 佐藤利三郎, 伝送回路, コロナ社, 東京, 1963.
- [8] Y. Kami, "Mechanism of electromagnetic radiation from a transmission line," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E75-B, no.3, pp.115-123, March 1992.
- [9] W. Liu and Y. Kami, "Analysis of coupling between transmission lines in arbitrary directions," *Proc. 1998 IEEE EMC Symposium*, pp.952-957, Denver, Aug. 1998.
- [10] F. Xiao, W. Liu, and Y. Kami, "Analysis of crosstalk between finite-length microstrip lines: FDTD approach and circuit-concept modeling," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.43, no.4, pp.573-578, Nov. 2001.
- [11] K. Kuroda, "Power waves and the scattering matrix," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.MTT-13, no.2, pp.194-202, March 1965.
- [12] S.W. Park, F. Xiao, D.C. Park, and Y. Kami, "Crosstalk analysis for two bent lines using circuit model," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E90-B, no.2, pp.323-330, Feb. 2007.
- [13] S.W. Park, F. Xiao, D.C. Park, and Y. Kami, "Crosstalk analysis method for two bent lines on PCB using circuit model," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E90-B, no.6, pp.1313-1321, June 2007.
- [14] H. Uchida, *Fundamentals of Coupled Lines and Multiwire Antennas*, Sasaki Print. & Pub., Sendai, 1967.
- [15] J.A.B. Faria, *Multiconductor Transmission Line Structure*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [16] 上 芳夫, "プリントパターン間のステップ応答 [II]," *信学技報*, EMCJ92-23, June 1992.
- [17] O. Makino, F. Xiao, and Y. Kami, "Characteristics of electrically long two-conductor lines with inhomogeneous media," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E88-B, no.7, pp.3028-3035, July 2005.
- [18] 當山俊一郎, 肖 鳳超, 村野公俊, 上 芳夫, "ディファレンシャルモード線路の端子負荷回路で評価するシングルエンド励振線路からのクロストーク," *信学論(C)*, vol.J89-C, no.11, pp.894-901, Nov. 2006.
- [19] F. Xiao, R. Hashimoto, K. Murano, and Y. Kami, "Time domain crosstalk characteristics between single-ended and differential line," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E90-B, no.6, pp.1305-1312, June 2007.
- [20] I.P. Macfarlane, "A probe for measurement of electrical unbalance of networks and devices," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.41, no.1, pp.3-14, Feb. 1999.
- [21] F. Amemiya, N. Kuwabara, and T. Ideguchi, "Estimation of electromagnetic interference field emitted from telecommunication line," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E78-B, no.2, pp.159-167, Feb. 1995.
- [22] M. Hattori and T. Ideguchi, "Electromagnetic interference and countermeasures on metallic lines for ISDN," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E75-B, no.1, pp.50-56, Jan. 1992.
- [23] Y. Kami and F. Xiao, "Equivalent two-port network for indoor outlet and its application," *Proc. 2006 Europe Intern. Symp. Electromagn. Compat.*, pp.420-425, Barcelona, Sept. 2006.

(平成 19 年 6 月 12 日受付)



上 芳夫 (正員:フェロー)

昭 41 電通大・電気通信卒。昭 45 都立大大学院修士課程了。同年電通短大助手、講師、助教授を経て、昭 62 電通大助教授、現在、同教授。高周波伝送回路、回路基板における EMC/EMI、電磁界解析等の研究に従事。工博。電気学会、エレクトロニクス実装学会、IEEE 各会員。